

Welcher Frosch hüpft am besten?  
Experimente und Datenanalysen im MU



Markus Vogel (Heidelberg)

Landau, 29.09.2010

Welcher Frosch hüpft am besten?  
Experimente und Datenanalysen im MU



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

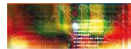
## Momentaufnahmen aus dem Unterricht

Morgens halbzehn irgendwo ...

Welcher Papierfrosch springt am besten – der große oder der kleine?



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

## Momentaufnahmen aus dem Unterricht

### Auszug aus einer Schülerdiskussion

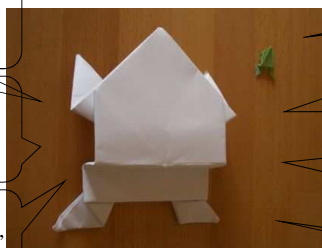
„Der große Frosch ist schwerer und ist deshalb stabiler in der Luft.“

„Was heißt eigentlich „am besten“? Ist das der weiteste Sprung oder durchschnittlich am weitesten?“

„Bei dem kleinen gibt's aber auch richtig schlechte Sprünge, außerdem hat der große stärkere Sprungbeine.“

„Doch, weil dann drückt man halt stärker drauf.“

„Mit, weil man nicht genau bestimmen kann, wo er aufkommt“



„Der kleine Frosch ist leichter.“

„Stabiler heißt nicht weiter. Der kleine Frosch hat dafür bessere Chancen für einen richtig weiten Sprung.“

„Auch durchschnittlich betrachtet ist der kleine besser wegen der richtig weiten Sprünge.“

„aber der große ist auch schwerer, da nützen die starken Sprungbeine nichts“

„Der kleine ist trotzdem besser. Wie wird eigentlich gemessen – mit oder ohne Rutschen?“

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

## Momentaufnahmen aus dem Unterricht

---

### Diskussionspunkte nach der Hypothese:

#### Variablen:

Größe, Gewicht, Faltechnik, Fingerfertigkeit des „Frosch-Springers“

#### Durchführung und Messung:

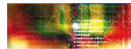
Ein Sprung reicht nicht, aber wie viele? Wie wird gemessen? Wer misst?  
Rollenwechsel?

#### Auswertung:

Arithmetisches Mittel aller Sprünge, der fünf besten? Nur der beste von allen? Darstellung: nur numerisch und/oder grafisch? Welche Grafik?

#### Weiterfragen:

„Gilt das dann eigentlich immer?“



## Überblick

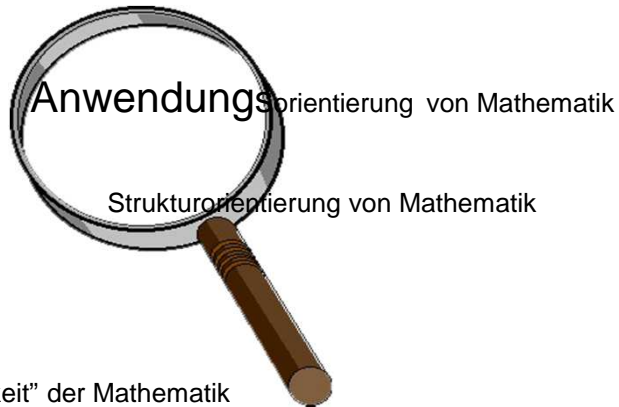
---

1. Momentaufnahme aus dem Unterricht
2. Curriculares
3. Daten erheben – warum und wie
4. Workshop
5. Ideen dahinter
6. Werbeblock



## Curriculares

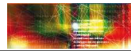
TIMSS, PISA & Co: *mathematical literacy*



Freudenthal:

- "Beziehungshaltigkeit" der Mathematik
- Mathematik zur Erschließung von Umwelt und mathematischer Begrifflichkeit

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

## Curriculares

„Leitidee **Daten** und **Zufall**“

Die Schülerinnen und Schüler

- werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus
- planen statistische Erhebungen entsprechend der zu untersuchenden Fragestellung
- sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch
- unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software)
- interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen
- reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren
- beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten“

(KMK 2003, S. 14)

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



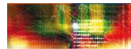
Landau, 29.09.2010

## Curriculares

Also:



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

## Überblick

1. Momentaufnahme aus dem Unterricht
2. Curriculares
3. Daten erheben – warum und wie
4. Workshop
5. Ideen dahinter
6. Werbeblock

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

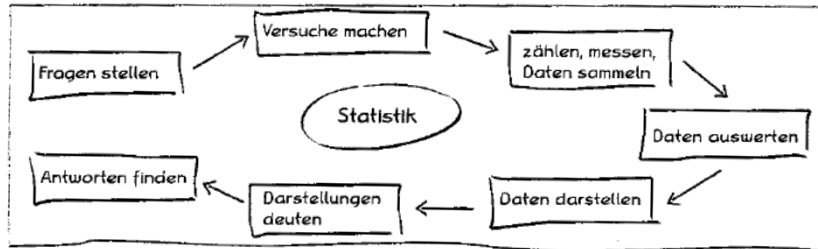


## Daten erheben – warum und wie?

### Datenerhebung als Beginn einer „Forschungsreise“

#### Blick zurück

Das folgende Diagramm beschreibt, was Statistik ist und was Statistiker auf ihren Forschungsreisen unternehmen. Welche Schritte, die du bei deinen Erkundungen durchgeführt hast, erkennst du wieder?



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?

### Drei Möglichkeiten:

Experiment



Umfrage



Beobachtung

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?

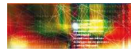


Motivation: Jede Frage über Wahrscheinlichkeiten lässt sich in eine Entscheidungsfrage oder eine Frage über Wetten übersetzen.

Die empirische Überprüfung (je nach Fragstellung durch Experiment, Beobachtung oder Umfrage) dient einer objektiven Entscheidung.

Daten und Wahrscheinlichkeit: Übergang von der deskriptiven zur schließenden Statistik „Ist das jetzt immer so?“, „Was passiert, wenn ...?“

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?

### Kriterien für eine gute Datenerhebung und Auswertung:

Am Anfang Wissen-Wollen erzeugen! Es müssen "echte" Fragen beantwortet werden.

Was genau möchte man wissen? Was ist die persönliche Vorabvermutung (Hypothese)?

Welche Methode(n) der Datenerhebung erlaubt die Forschungsfrage?

Wie muss "gemessen" werden, welche Messfehler könnten auftreten, wie kann man sie vermeiden und/oder kontrollieren?

Unvoreingenommene, sorgfältige Datenanalyse in verschiedenen Darstellungsformen (grafisch und symbolisch)

Schlussfolgerungen im Blick auf die Ausgangsfrage formulieren

Weiterfragen: Ist das immer so? Was passiert, wenn...? Modelle durchrechnen, mit Simulationen Zufallsschwankungen erforschen.

So werden beschreibende und beurteilende Statistik verknüpft.

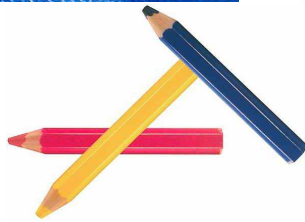
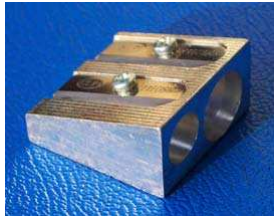
Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



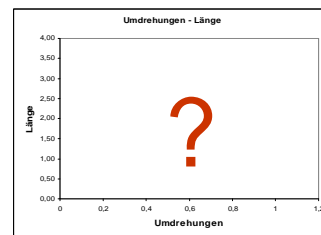
Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?

So: “Untersuche den Zusammenhang zwischen Spitz-umdrehungen und Bleistiftlänge!”



Umdrehungen	Länge	Beschreibung:
10	?	?
20		
30		
40		
50		
60		

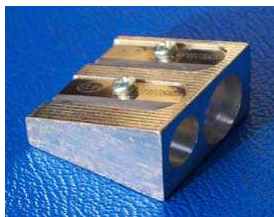


Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

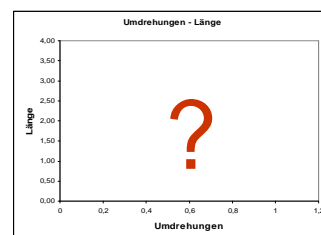
Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?

Oder lieber: “Welcher Bleistift wird schneller kurz – ein dicker oder ein dünner?”



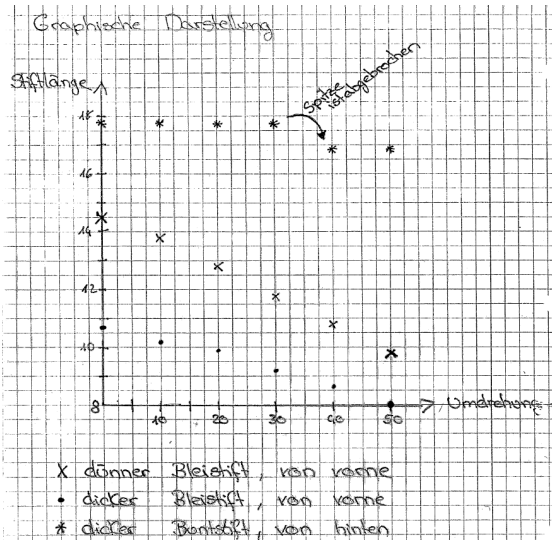
Umdrehungen	Länge	Beschreibung:
10	?	?
20		
30		
40		
50		
60		



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?



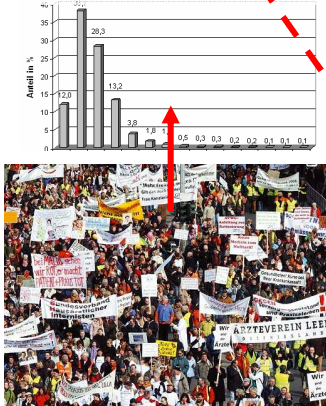
Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?

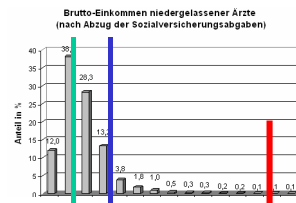
### Daten

(der kassenärztlichen Bundesvereinigung zum Verdienst niedergelassener Ärzte)



### Ansatz zur Datenanalyse

(Reduktion auf einen charakteristischen Wert: arithmetisches Mittel oder Quantil)



### Ergebnis der Datenanalyse

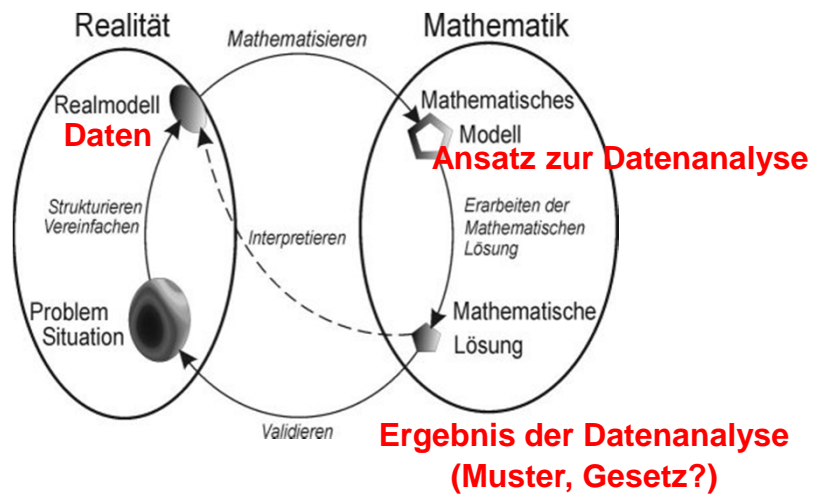
„Ärzte verdienen im Schnitt mehr als Professoren“ (82.000 Euro/Jahr)

„Ein Drittel der Ärzte bangt um die Existenz“ (1.500 Euro/Monat)

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Daten erheben – warum und wie?



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Überblick

1. Momentaufnahme aus dem Unterricht
2. Curriculares
3. Daten erheben – warum und wie
4. [Workshop](#)
5. Ideen dahinter
6. Werbeblock

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

Workshop:



Wer springt weiter?

Arbeitshinweise:

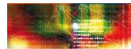
Vermutungen vorab? Vorgehensweise?

Datenstreuung? Einflussfaktoren?

Verteilungen? Lageparameter? Streuungsparameter?

Dokumentation? Mögliche Schlussfolgerungen?

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

Workshop:



Wer springt weiter?

(Rechnergestützte) Simulationsmöglichkeiten:



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

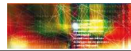


Landau, 29.09.2010

## Überblick

---

1. Momentaufnahme aus dem Unterricht
2. Curriculares
3. Daten erheben – warum und wie
4. Workshop
5. Ideen dahinter
6. Werbeblock



## Zusammenfassung

---

Aspekte des statistischen Denkens (Pfannkuch/Wild, 1999)

1. Notwendigkeit von Daten

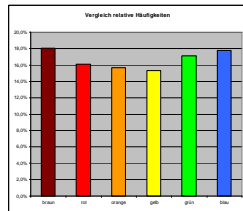


Daten als Grundlage für einen “guten” Erkenntnisgewinn

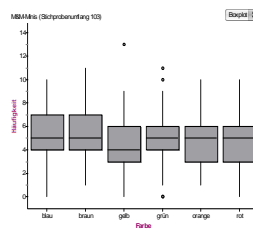


## Zusammenfassung

### 2. Flexible Datendarstellungen

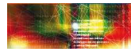


Unterschiedliche Darstellungen der Daten eröffnen unterschiedliche Perspektiven!



	braun	rot	orange	gelb	grün	blau
absolut	553	494	481	469	525	545
relativ	18,0%	16,1%	15,7%	15,3%	17,1%	17,8%

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



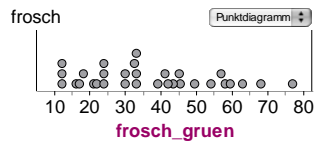
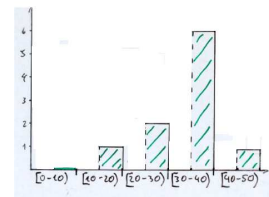
Landau, 29.09.2010

## Zusammenfassung

### 3. Datenstreuung oder Variabilität!

grüner Frosch (160g/cm<sup>3</sup>)

0	
1	8
2	3 8
3	0 1 1 2 2 7
4	1



Messungen von Objekten unterscheiden sich! Nicht Uniformität, sondern Variabilität ist Gegenstand stochastischen Denkens.

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010

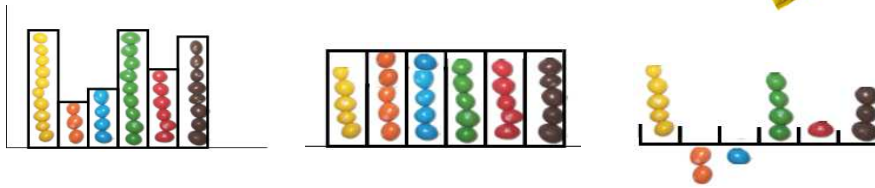
## Zusammenfassung

### 4. Struktursuche, Mustererkennung, Musterbeschreibung

Daten = Trend + Zufall

ist ein Konstrukt, um mit der Variabilität der Daten (erklärte und nicht-erklärte) fertig zu werden.

z. B.:



Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Zusammenfassung

### 5. Zusammenhang von Zahl und Kontext

$$\bar{x} = 82000$$

Im Durchschnitt verdienen Ärzte mehr als Professoren.

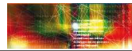


Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)

Landau, 29.09.2010

## Überblick

1. Momentaufnahme aus dem Unterricht
2. Curriculares
3. Daten erheben – warum und wie
4. Workshop
5. Ideen dahinter
6. Werbeblock



## Werbeblock

Beispiele für zentrale Ideen der Stochastik, die unmittelbar im Unterricht einsetzbar sind

Entfaltung der zentralen didaktischen Ideen anhand tragender Beispiele

Ergänzung durch:

- Spezialthemen/-Beispiele
- didaktische Forschung
- „wichtige“ Literaturbeispiele
- fachliche Skizzen





Vieweg+Teubner  
ISBN 978-3-8348-0681-9

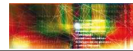


**Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit!**

Wir freuen uns über Rückmeldungen:  
vogel@ph-heidelberg.de

<http://www.leitideedatenundzufall.de/>

Markus Vogel (Heidelberg) & Andreas Eichler (Freiburg)



Landau, 29.09.2010