

---

# Daten verstehen ...



---

Andreas Eichler, Freiburg

---

# Daten verstehen ... ... und Zufall berechnen



---

Andreas Eichler, Freiburg & Markus Vogel, Heidelberg  Saarbrücken, 16.09.2010

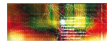


1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. Aufgaben – aber wie?
  - Einstiegsbeispiel
  - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung
  - Fragen an die reale Realität – Modellieren
  - Datenanalyse mit dem Rechner – Visualisieren
  - Üben
  - Wer sucht, der findet
4. Daten und Zufall als einende Idee
5. Ausblick in die Sekundarstufe II
6. Ideen hinter den Aufgaben
7. Werbeblock

---

Die **Leitidee Daten und Zufall**: Schülerinnen und Schüler

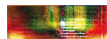
- **werten** graphische Darstellungen und Tabellen von **statistischen Erhebungen aus**
  - **planen statistische Erhebungen** entsprechend der zu untersuchenden Fragestellung
  - **sammeln** systematisch **Daten**, erfassen sie in Tabellen und stellen sie **graphisch dar**, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software)
  - **interpretieren Daten** unter Verwendung von **Kenngrößen** reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren
  - **beschreiben Zufallserscheinungen** in alltäglichen Situationen
  - **bestimmen Wahrscheinlichkeiten** bei Zufallsexperimenten
- 



---

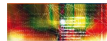
Die **Leitidee Daten und Zufall** kann prozessbezogene Kompetenzen fördern

- **Modellieren**
- **Visualisieren**
- **Simulieren**



Die **Leitidee Daten und Zufall** ist dafür geeignet, dass Schülerinnen und Schüler erfahren,

**Fragen an alltägliche empirische Phänomene zu stellen und mit den elementaren Methoden der Sekundarstufe I zu beantworten**



**Einstiegsbeispiel**

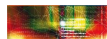


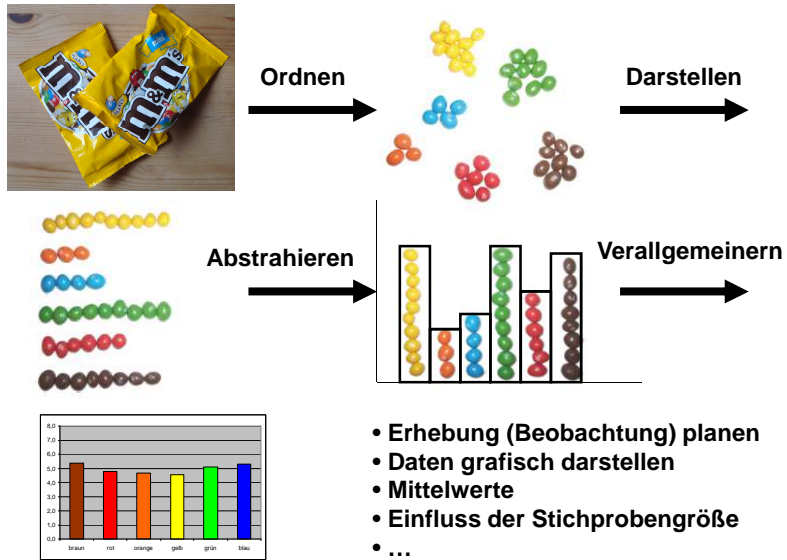
**Aufgabe:**  
Untersucht die Inhalte dieser Tüten.

- offen
- noch besser: die Frage wird von Schülern gestellt

**Erweiterungen und Präzisierungen**

- Schätzt ab, bevor Ihr Eure Tüte öffnet, was in der Tüte sein wird (Anzahl der einzelnen Farben).
- Erstellt eine Tabelle, in der Ihr die Schätzung für Eure Tüte und die tatsächliche Farbverteilung eintragt.
- Erstellt ein Diagramm zur Farbverteilung Eurer Tüte.
- ...
- Präzisierungen mit Leitfragen, die auf inhaltliche oder prozessbezogene Aspekte zielen
- werden von Lehrern gestellt





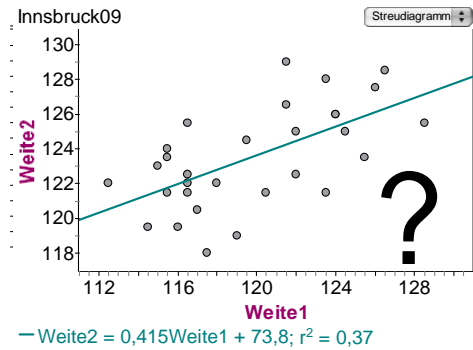
Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten -  
Elementarisierung



**Aufgabe:**  
Gibt es eigentlich  
einen  
Zusammenhang  
zwischen erster und  
zweiter Sprungweite?

1. Der standardisierte Weg

Regressionsgerade + Korrelationskoeffizient



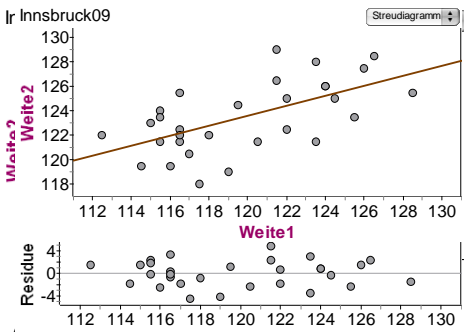
Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten -  
Elementarisierung



**Aufgabe:**  
Gibt es eigentlich  
einen  
Zusammenhang  
zwischen erster und  
zweiter Sprungweite?

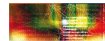
2. Alternativer Weg

0,407 Weite1 + 74,6



$$r_z = \frac{n^+ - 1}{n - 1}$$

— Weite2 = 0,407Weite1 + 74,6



Fragen an die reale Realität – Modellieren

Produktion:

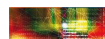
Bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla  
bla bla **im Durchschnitt 2%** bla bla bla bla bla bla bla bla  
bla bla bla bla. Bla bla bla bla bla bla. Wie groß ist die  
Wahrscheinlichkeit dafür, dass **von den 20** bla bla bla bla  
bla bla **genau 3** bla bla bla bla bla bla ?“

Text: irrelevant

Sachsituation: irrelevant

Daten: irrelevant

Modell Binomialverteilung, Zahlen: relevant



Fragen an die reale Realität – Modellieren



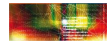
**Aufgabe:**  
Bildet Euch eine eigene Meinung darüber, ob die niedergelassenen Ärzte zu viel oder zuwenig verdienen.

„Klagen nicht nachvollziehbar“  
Ein Drittel aller Praxen kämpft ums Überleben, klagen die Ärzte. Niedergelassenen Medizinern gehe es gut, sagt dagegen der SPD-Gesundheitsexperte Lauterbach. Es gebe keinen Grund für die Politik, etwas zu ändern. Karl Lauterbach, sozialdemokratischer Gesundheitsfachmann und Berater von Bundesgesundheitsministerin Ulla Schmidt, hat die Proteste der niedergelassenen Ärzte schief kritisiert. „Ich finde das traurig. Die Ärzte, die bei der Qualität im europäischen Vergleich nur durchschnittliche Ergebnisse vorweisen können, streiken nur, wenn es um ihr eigenes Einkommen geht“, sagte Lauterbach zu ZEIT online.

Arztverbände hatten beklagt, rund 30.000 Praxen müssten mit einem Nettoeinkommen von 1.600 bis 2.000 Euro im Monat auskommen. Die Kassenzärztliche Bundesvereinigung (KBV) rechnet für 2005 mit 125 Praxisinsolvenzen, mehr als jemals zuvor.  
*Zeit online, 17.1.2006*

Lauterbach sagte dazu, in keiner anderen freiberuflichen Tätigkeit gebe es so wenig Insolvenzen wie bei niedergelassenen Ärzten, und die Durchschnittseinkommen seien gut. „Wenn jeder dieser Ärzte das Festgehalt eines Universitätsprofessors bekäme, käme es die gesetzlichen Krankenkassen immer noch billiger.“  
Schon heute verdiene ein niedergelassener Allgemeinarzt in Westdeutschland nach Abzug aller Betriebskosten rund 82.000 Euro im Jahr alleine mit der Behandlung gesetzlicher Krankenversicherter.  
Die Arztverbände hatten ihre Mitglieder dazu aufgerufen, in dieser Woche ihre Praxen geschlossen zu halten. An diesem Mittwoch sollen 5000 von ihnen zu einer zentralen Demonstration an das Brandenburger Tor kommen. Gleichzeitig könnten 50.000 Praxen am Mittwoch geschlossen bleiben, hofft die KBV.

Andreas Eichler, Freiburg & Markus Vogel, Heidelberg

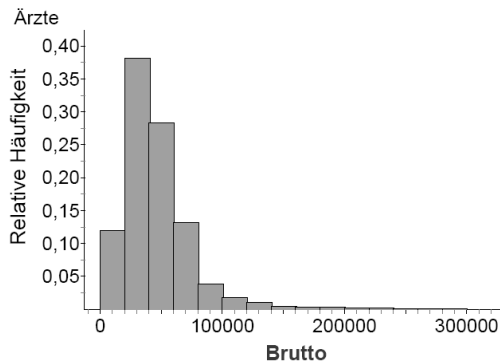


Saarbrücken, 16.09.2010

Fragen an die reale Realität – Modellieren

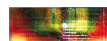


**Aufgabe:**  
Bildet Euch eine eigene Meinung darüber, ob die niedergelassenen Ärzte zu viel oder zuwenig verdienen.



- linkssteile Verteilung,  $x_{0,5} < \bar{x}$
- Staat verwendet das arithmetische Mittel, die Ärzte ein Quantil

Andreas Eichler, Freiburg & Markus Vogel, Heidelberg

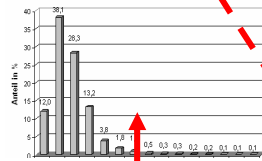


Saarbrücken, 16.09.2010

## Daten und Zufall

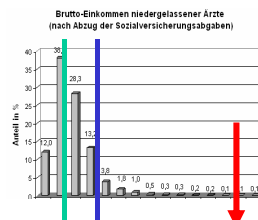
### Daten

(der kassenärztlichen Bundesvereinigung zum Verdienst niedergelassener Ärzte)



### Ansatz zur Datenanalyse

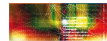
(Reduktion auf einen charakteristischen Wert: arithmetisches Mittel oder Quartil)



### Ergebnis der Datenanalyse

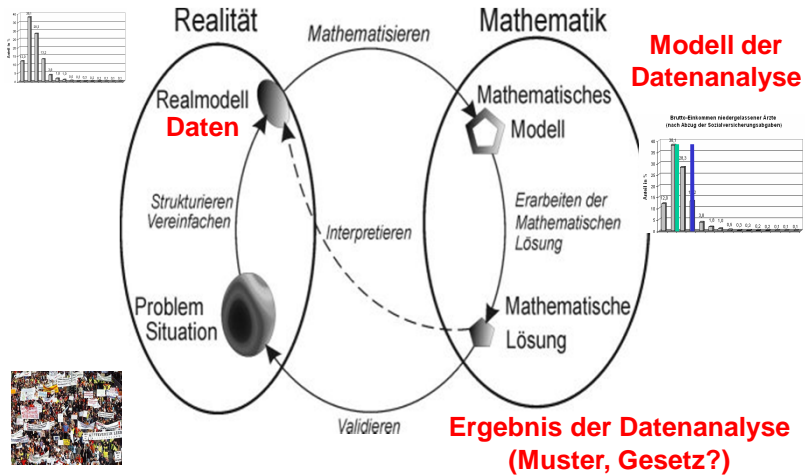
„Ärzte verdienen im Schnitt mehr als Professoren“ (82.000 Euro/Jahr)  
 „30000 Praxen mit nur 1.600 – 2000 Euro/Monat)

Andreas Eichler, Freiburg & Markus Vogel, Heidelberg

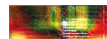


Saarbrücken, 16.09.2010

## Daten und Zufall



Andreas Eichler, Freiburg & Markus Vogel, Heidelberg



Saarbrücken, 16.09.2010

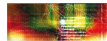
Datenanalyse mit dem Rechner – Visualisieren



**Aufgabe:**  
Welche  
Eigenschaften haben  
Studierende/  
SchülerInnen

**Der Rechner**

nach händischen Bearbeitungen  
**als** Rechenknecht und  
**für** eine grafisch gesteuerte  
Analyse

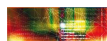


**Üben**

**Aufgabe:**

Gegeben ist der Datensatz 1, 2, 2, 5, 7, 10, 12, 20, 20

- Bestimme Median, arithmetisches Mittel und Modalwert
- Bestimme Quartilsabstand und Spannweite
- ...
- (Warum sollte man dies tun??)



Üben

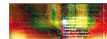


**Aufgabe:**

Untersucht den Computernutzen in Eurer Schule

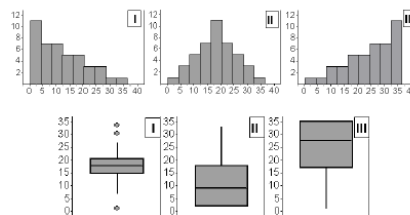
Übungen zu Lage/Streuparametern

- Vergleicht Mädchen/Jungen
- Vergleicht verschiedene Klassen
- ...
- Clustern als Möglichkeit, Übungsaufgaben zu gewinnen
- d.h. es ist gut, zu dem zu untersuchenden Merkmal ein weiteres Merkmal zum Clustern hinzuzunehmen (Geschlecht/Klasse/Alter...)

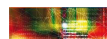


Üben (beweglich machen von Operationen (Aebli), vernetzen)

**Zusatzaufgabe** Ordnet die unten stehenden Aspekte einer Häufigkeitsverteilung passend zu.  
Begründet jeweils, warum Eure Zuordnung richtig ist.



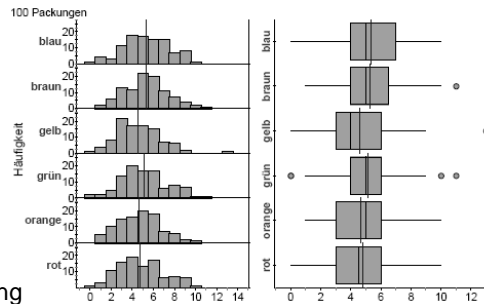
- |                            |                             |                             |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| I: rechtssteile Verteilung | II: symmetrische Verteilung | III: linkssteile Verteilung |
| I: $x_{0,5} = \bar{x}$     | II: $x_{0,5} < \bar{x}$     | III: $x_{0,5} > \bar{x}$    |







**Aufgabe:**  
Prognose über die Häufigkeit der roten Linsen – Überprüfung der Prognose.



**Modell:**  
In einer Packung sind durchschnittlich 30 Schokolinsen und im Durchschnitt je 5 Linsen einer Farbe

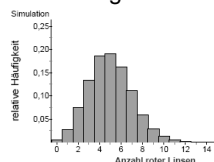


**Aufgabe:**  
Prognose über die Häufigkeit der roten Linsen – Überprüfung der Prognose.

**Hieb- und Stichaufgaben:**  
Wenn das Modell stimmt, wie groß wäre dann die Wahrscheinlichkeit, in einer Packung

- genau 3 rote Kugeln zu erhalten
- mindestens eine rote Kugel zu erhalten

**Zurück zur Realität:**  
Wenn das Modell stimmt, welche Wahrscheinlichkeit haben dann die verschiedenen Anzahlen roter Kugeln in einer Packung?

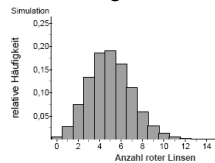




**Aufgabe:**  
Prognose über die Häufigkeit der roten Linsen – Überprüfung der Prognose.

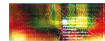
#### Zurück zur Realität:

Wenn das Modell stimmt, welche Wahrscheinlichkeit haben dann die verschiedenen Anzahlen roter Kugeln in einer Packung?



#### Informeller Hypothesentest:

Ab welcher Anzahl von roten Kugeln in einer Packung könnte/sollte man an dem Modell der Gleichbefüllung zweifeln? Welchen Fehler könnte man begehen?



#### 1. Datenanalyse

Farbverteilung beschreiben

#### 2. Modell ("ist das immer so?")

Statistische Wahrscheinlichkeit für die Farben

#### 3. Wahrscheinlichkeitsrechnung

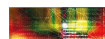
Was wäre, wenn das Modell stimmen würde, welche Prognose könnten man für ... treffen (Arbeiten im Modell) ?

#### 4. „Informelle“ Inferenz

Simulation des Modells. Welche Ereignisse sprechen gegen das Modell? Durchführen eines einzelnen Versuchs

#### 5. Formelle Inferenz

Tests



Aspekte des statistischen Denkens (Pfannkuch/Wild, 1999)

1. Notwendigkeit von Daten

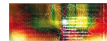


„Ahnungslosigkeit ist die Objektivität der schlichteren Gemüter“  
(Harald Schmidt)

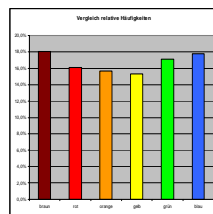
„Ich habe schon immer gewusst, dass Ärzte zu viel verdienen!“

„Die armen Ärzte, das ist ein Skandal“

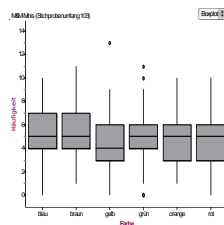
Daten als Grundlage für einen „guten“ Erkenntnisgewinn



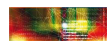
2. Flexible Datendarstellungen



Unterschiedliche Darstellungen der Daten eröffnen unterschiedliche Perspektiven!



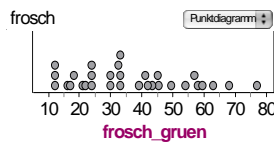
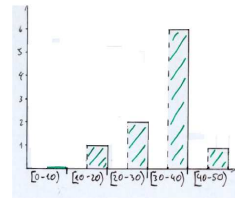
	braun	rot	orange	gelb	grün	blau
absolut	553	494	481	469	525	545
relativ	18,0%	16,1%	15,7%	15,3%	17,1%	17,8%



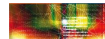
3. Datenstreuung oder Variabilität!

grüner Frosch (160g/cm<sup>3</sup>)

0	
1	8
2	3 8
3	0 1 1 2 2 7
4	1

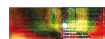
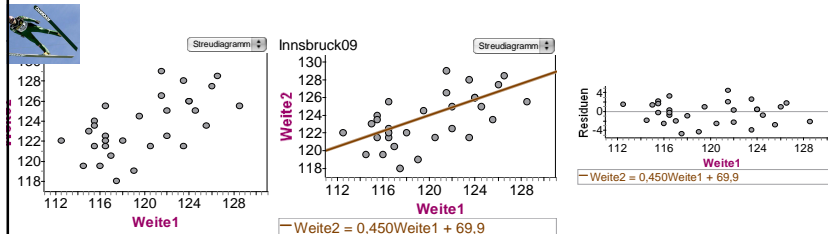


Messungen von Objekten unterscheiden sich! Nicht Uniformität, sondern Variabilität ist Gegenstand stochastischen Denkens.



4. Struktursuche, Mustererkennung, Musterbeschreibung

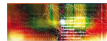
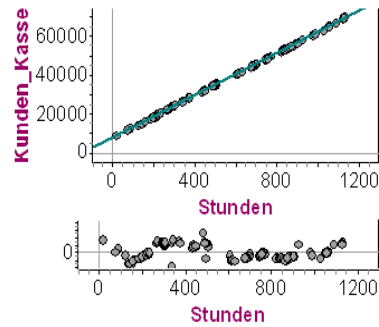
Daten = Muster + Residuen



## 5. Zusammenhang von Zahl und Kontext

$$\bar{x} = 54$$

Im Durchschnitt passieren 54 Kunden pro Stunde die Kasse 1 in dem beobachteten Supermarkt. Das sind ... pro Jahr, woraus sich ein Umsatz von ... ergibt.

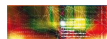


Beispiele für zentrale Ideen der Stochastik (der Sek. I), die unmittelbar im Unterricht einsetzbar sind

Entfaltung der zentralen didaktischen Ideen anhand tragender Beispiele

Ergänzung durch:

- Spezialthemen/-Beispiele
- didaktische Forschung
- „wichtige“ Literaturbeispiele
- fachliche Skizzen





Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit!

Vieweg+Teubner  
ISBN 3-8348-0681-1  
ISBN 978-3-8348-0681-9

Rückmeldung erwünscht:  
[andreas.eichler@ph-freiburg.de](mailto:andreas.eichler@ph-freiburg.de)

