Daten und Zufall *und* Rechner - wann, wo und wie hilft der Rechner im Stochastikunterricht

Gliederung

1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner)?
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - Masse bewältigen (Rechenknecht)
   - Experimente die Fragen anregen (Simulation I)
   - M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)
   - Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - Wer sucht, der findet
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

Gliederung

1. Einstiegsbeispiel
2. **Wieso, weshalb, warum?**
3. Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner)?
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - Masse bewältigen (Rechenknecht)
   - Experimente die Fragen anregen (Simulation I)
   - M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)
   - Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - Wer sucht, der findet
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

Leitidee Daten und Zufall (Sek. I):

- **statistischen Erhebungen** planen und systematisch auswerten (mit dem Rechner)
- **Zufallserscheinungen** erkennen, **Wahrscheinlichkeiten** bestimmen

Leitidee Daten und Zufall (Sek. II):

- **???** (hoffentlich Kontinuität zur Sek. I)
- **???** (hoffentlich nicht nur Binomialverteilungsalgorithmen)

Zeitgemäßes Modellieren mit der Binomialverteilung

Produktion:
Bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla **im Durchschnitt 2%** bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla. Bla bla bla bla bla bla. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass **von den 20** bla bla bla bla bla bla **genau 3** bla bla bla bla bla bla ?“

Text: irrelevant
Sachsituation: irrelevant
Daten: irrelevant
Modell Binomialverteilung, Zahlen: relevant
Rechner: eher irrelevant, Rechenknecht

Die **Leitidee Daten und Zufall** kann prozessbezogene Kompetenzen fördern

- **Modellieren** (mit dem Rechner)
- **Visualisieren** (mit dem Rechner)
- **Simulieren** (mit dem Rechner)

Die **Leitidee Daten und Zufall** ist dafür geeignet, dass Schülerinnen und Schüler erfahren,

Fragen an alltägliche empirische Phänomene zu stellen und mit den *elementaren* Methoden der Sekundarstufen (und dem Rechner) zu beantworten

1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. **Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner)?**
   - **Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)**
   - Masse bewältigen (Rechenknecht)
   - Experimente die Fragen anregen (Simulation I)
   - M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)
   - Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - Wer sucht, der findet
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

1. Der standardisierte Weg

Tabellierte Daten

Platz	Name	Weite 1	Weite 2	Platz	Name	Weite 1	Weite 2
1	Schmitt	128,5	125,5	16	Evensen	119	119
2	Loitzl	126,5	128,5	17	Watase	118	122
3	Schlierenzauer	126	127,5	18	Eggenhofer	117,5	118
4	Amman	125,5	123,5	19	Larinto	117	120,5
5	Morgenstern	124,5	125	20	Uhrmann	116,5	125,5
6	Kasai	124	126	21	Hilde	116,5	122,5
7	Neumayer	124	126	22	Ito	116,5	121,5
8	Hautamaeki	123,5	128	23	Schoft	116,5	122
9	Rosliakow	123,5	121,5	24	Stoch	116	119,5
10	Olli	122	125	25	Hocke	115,5	124
11	Koch	122	122,5	26	Koudelka	115,5	123,5
12	Vassilev	121,5	129	27	Lackner	115,5	121,5
13	Jacobsen	121,5	126,5	28	Yumoto	115	123
14	Malysz	120,5	121,5	29	Kofler	114,5	119,5
15	Kuettel	119,5	124,5	30	Tochimoto	112,5	122

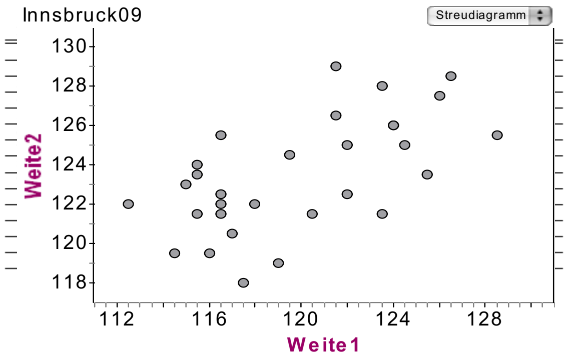
Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

1. Der standardisierte Weg

Punktwolke

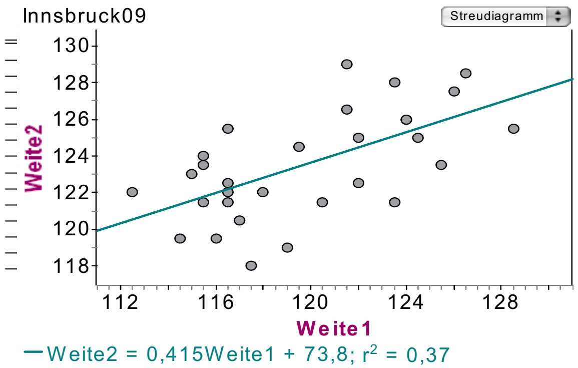


Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

1. Der standardisierte Weg

Regressionsgerade + Korrelation



Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

1. Der standardisierte Weg
Formalisieren

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n}((x_i - \overline{x}) \cdot (y_i - \overline{y}))}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} = \frac{Cov(X,Y)}{s_X^2}$$

$$b \; = \overline{y} - a \cdot \overline{x}$$

$$r = \frac{Cov(X,Y)}{s_X \cdot s_Y}$$

?

Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

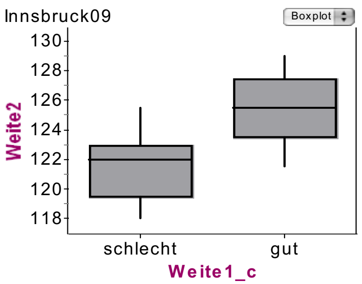
2. Alternativer Weg
Datensammlung

Platz	Name	Weite 1	Weite 2	Platz	Name	Weite 1	Weite 2
1	Schmitt	128,5	125,5	16	Evensen	119	119
2	Loitzl	126,5	128,5	17	Watase	118	122
3	Schlierenzauer	126	127,5	18	Eggenhofer	117,5	118
4	Amman	125,5	123,5	19	Larinto	117	120,5
5	Morgenstern	124,5	125	20	Uhrmann	116,5	125,5
6	Kasai	124	126	21	Hilde	116,5	122,5
7	Neumayer	124	126	22	Ito	116,5	121,5
8	Hautamaeki	123,5	128	23	Schoft	116,5	122
9	Rosliakow	123,5	121,5	24	Stoch	116	119,5
10	Olli	122	125	25	Hocke	115,5	124
11	Koch	122	122,5	26	Koudelka	115,5	123,5
12	Vassilev	121,5	129	27	Lackner	115,5	121,5
13	Jacobsen	121,5	126,5	28	Yumoto	115	123
14	Malysz	120,5	121,5	29	Kofler	114,5	119,5
15	Kuettel	119,5	124,5	30	Tochimoto	112,5	122

Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

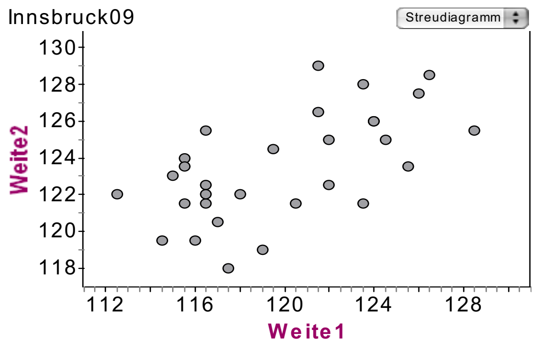
2. Alternativer Weg
Qualitativer Vergleich - Clustern



Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

2. Alternativer Weg
Punktwolke

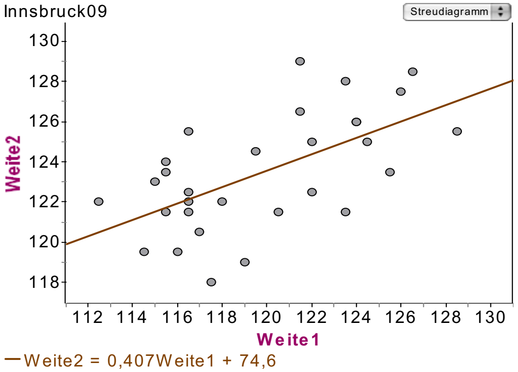


Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

2. Alternativer Weg

Anpassungsgerade nach Augenmaß

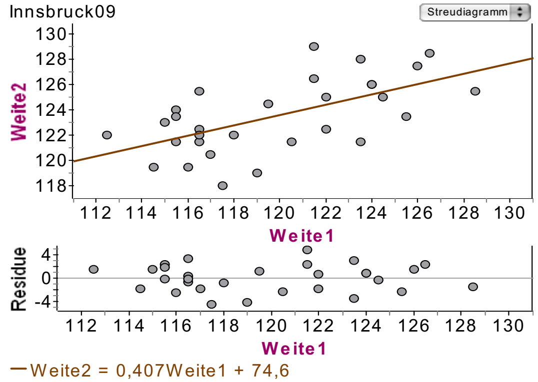


Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

2. Alternativer Weg

Anpassungsgerade nach Augenmaß

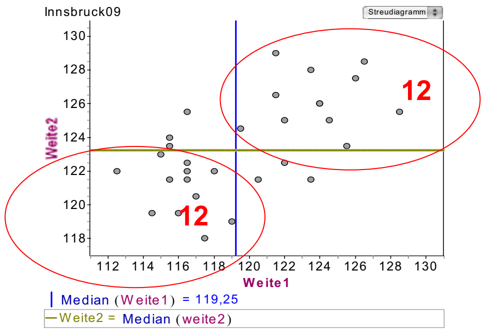


Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

2. Alternativer Weg

„Ausgezählter" Korrelationskoeffizient



$$r_z = \frac{n^+ - (n - n^+)}{n} = \frac{24 - 6}{30} = 0{,}6 \quad (r \approx 0{,}61)$$

Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung

Der Rechner

nach dem händischen Bearbeiten

für
- komplexere Berechnungen
- Elementarisierungen
- Visualisierungen

Aufgabe:
Gibt es eigentlich einen Zusammenhang zwischen erster und zweiter Sprungweite?

1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. **Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner?**
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - **Masse bewältigen (Rechenknecht)**
   - Experimente die Fragen anregen (Simulation I)
   - M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)
   - Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - Üben
   - Wer sucht, der findet
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

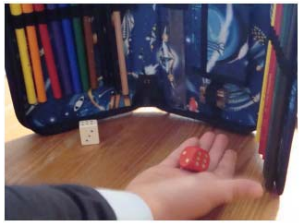
Masse bewältigen

Aufgabe:
Welche Eigenschaften haben Studierende/ SchülerInnen

Der Rechner

nach händischen Bearbeitungen
als Rechenknecht und
für eine grafisch gesteuerte Analyse

Experimente, die zu Fragen anregen



Aufgabe:
Die Spielleitung wählt verdeckt den normalen oder den quaderförmigen Würfel aus.
Welcher ist es?

Modell für die Würfel

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
Wahrscheinlichkeit	0,05	0,1	0,35	0,35	0,1	0,05

$P(N) = P(Q) = 0,5$

Es fällt die Augenzahl x

Der Rechner

nach händischen Bearbeitungen
für die unmittelbare Auswertung und Vertiefung des Verständnisse

$$P(N|x) = \frac{P(x|N) \cdot P(N)}{P(x|N) \cdot P(N) + P(x|Q) \cdot P(Q)}$$

Verarbeiten der Information (x) und Anwendung der Formel von Bayes führt zu Neubewertung

1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. **Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner?**
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - **Masse bewältigen (Rechenknecht)**
   - **Experimente die Fragen anregen (Simulation I)**
   - **M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)**
   - Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - Üben
   - Wer sucht, der findet
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

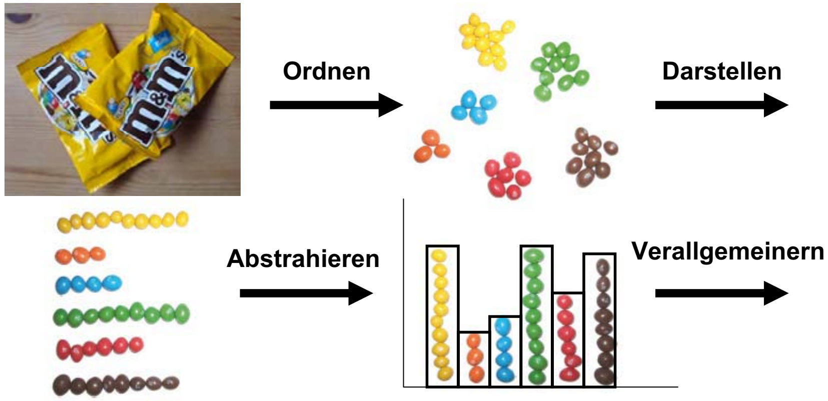
M&M – Sek I/II

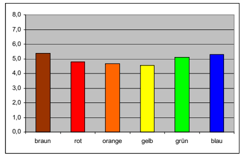
Aufgabe:
Untersucht die Inhalte dieser Tüten.

- offen
- noch besser: die Frage wird von Schülern gestellt

Erweiterungen und Präzisierungen

- Schätzt ab, bevor Ihr Eure Tüte öffnet, was in der Tüte sein wird
- …

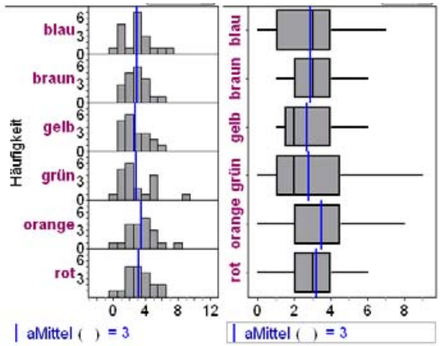




- **Erhebung (Beobachtung) planen**
- **Daten grafisch darstellen**
- **Mittelwerte**
- **Einfluss der Stichprobengröße**
- **…**

Aufgabe:
Untersucht die Inhalte dieser Tüten.

- offen
- noch besser: die Frage wird von Schülern gestellt



Modell:
In einer Packung sind durchschnittlich 18 Schokolinsen und im Durchschnitt je 3 Linsen einer Farbe

Aufgabe:
Untersucht die Inhalte dieser Tüten.

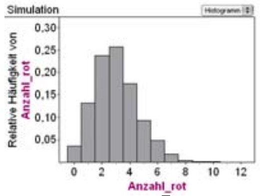
- offen
- noch besser: die Frage wird von Schülern gestellt

Hieb- und Stichaufgaben:
Wenn das Modell stimmt, wie groß wäre dann die Wahrscheinlichkeit, in einer Packung

- genau 3 rote Kugeln zu erhalten
- mindestens eine rote Kugel zu erhalten
- Baum, $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Zurück zur Realität:
Wenn das Modell stimmt, welche Wahrscheinlichkeit haben dann die verschiedenen Anzahlen roter Kugeln in einer Packung?

Zurück zur Realität:
Wenn das Modell stimmt, welche Wahrscheinlichkeit haben dann die verschiedenen Anzahlen roter Kugeln in einer Packung?



Informeller Hypothesentest:
Ab welcher Anzahl von roten Kugeln in einer Packung könnte/sollte man an dem Modell der Gleichbefüllung zweifeln? Welchen Fehler könnte man begehen?

Aufgabe:
Untersucht die Inhalte dieser Tüten.

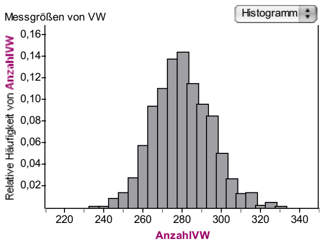
• offen
• noch besser: die Frage wird von Schülern gestellt

1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. **Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner?**
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - **Masse bewältigen (Rechenknecht)**
   - **Experimente die Fragen anregen (Simulation I)**
   - **M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)**
   - **Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)**
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - Üben
   - Wer sucht, der findet
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)

Zufall:
• $h(VW) \approx P(VW) = 0{,}33$; **385** bei 1166 gezählten PKW in Braunschweig
• Sind das genau 33 %?

• Wäre $P(VW) = 0{,}25$ auch möglich?
• Hieb- und Stichaufgabe
• Simulation oder Berechnung mit $p = 0{,}25$ und $n = 1166$



Aufgabe:
Verkehrszählung

Anzahl der VW

Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)

Zufall:
- Konfidenzintervall (Approximation durch die Normalverteilung, 95%-Niveau):
- $0{,}303 < p < 0{,}357$

- Wann (Wo) würde man an diesem Modell zweifeln?
- Niedersachsen: $p \approx 0{,}35$
- Deutschland: $p \approx 0{,}20$
- Wie würde eine solche Zählung in Stuttgart/München/Köln … enden?

Aufgabe:
Verkehrszählung

Anzahl der VW

1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. **Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner?**
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - Masse bewältigen (Rechenknecht)
   - Experimente die Fragen anregen (Simulation I)
   - M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)
   - Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)
   - **Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis**
   - Wer sucht, der findet
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis

Konfidenzintervalle

Tests

1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. **Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner?**
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - Masse bewältigen (Rechenknecht)
   - Experimente die Fragen anregen (Simulation I)
   - M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)
   - Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - **Wer sucht, der findet**
4. Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner
5. Werbeblock

Wer sucht, der findet

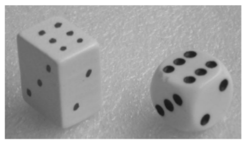



Aufgaben zur realen Realität

Aufgaben zu konstruierten realen Situationen

BUNDES LIGA

Konstruierte Situationen



1. Einstiegsbeispiel
2. Wieso, weshalb, warum?
3. **Aufgaben – aber wie (mit/ohne Rechner?**
   - Fragen beantworten statt Algorithmen abarbeiten – Elementarisierung (Visualisierung)
   - **Masse bewältigen (Rechenknecht)**
   - **Experimente die Fragen anregen (Simulation I)**
   - **M&M in Sek. I und Sek. II (Test-Simulation)**
   - **Verkehrszählung in Sek. I und Sek. II (Schätz-Simulation)**
   - Weitere Simulationen als Schlüssel zum Verständnis
   - **Üben**
   - Wer sucht, der findet
4. **Ideen hinter den Aufgaben und hinter dem Rechner**
5. Werbeblock

Aspekte des statistischen Denkens (Pfannkuch/Wild, 1999)

1. Notwendigkeit von Daten

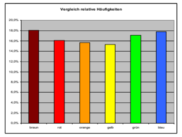
„Frauen können rückwärts nicht einparken“

und

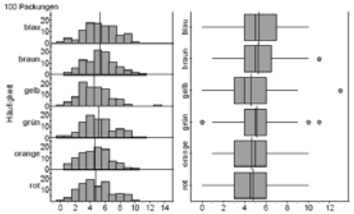
„Männer hören nie zu“

Daten als Grundlage für einen “guten” Erkenntnisgewinn

2. Flexible Datendarstellungen

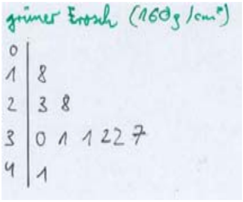


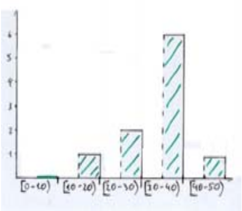
Unterschiedliche Darstellungen der Daten eröffnen unterschiedliche Perspektiven!

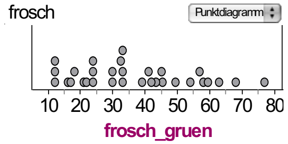


	braun	rot	orange	gelb	grün	blau
absolut	553	494	481	469	525	545
relativ	18,0%	16,1%	15,7%	15,3%	17,1%	17,8%

3. Datenstreuung oder Variabilität!



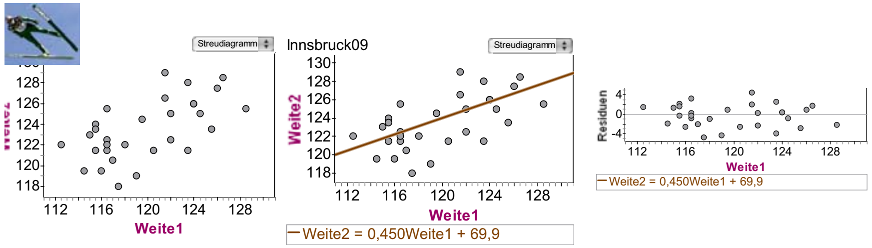




Messungen von Objekten unterscheiden sich! Nicht Uniformität, sondern Variabilität ist Gegenstand stochastischen Denkens.

4. Struktursuche, Mustererkennung, Musterbeschreibung

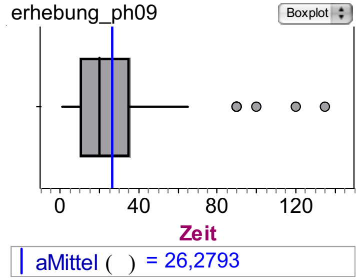
Daten = Muster + Residuen



5. Zusammenhang von Zahl und Kontext

$$\bar{x} = 26{,}3$$

Im Durchschnitt benötigen Studierende etwa 26 Minuten für den Hin- und Rückweg zur bzw. von der Hochschule



Rechner und Leitidee Daten und Zufall

• Rechner ersetzt nicht das Verständnis, aber hilft bei

- Bewältigen großer Datenmengen

- visuell gesteuerter Datenanalyse
- Simulation
- Elementarisierung konventioneller Methoden

- Vertieftem Verstehen von Zusammenhängen (Interaktive Grafik)

Beispiele für zentrale Ideen der Stochastik, die unmittelbar im Unterricht einsetzbar sind

Entfaltung der zentralen didaktischen Ideen anhand tragender Beispiele

Ergänzung durch:

- Spezialthemen/-Beispiele
- didaktische Forschung
- „wichtige“ Literaturbeispiele
- fachliche Skizzen

5. Werbeblock

Vieweg+Teubner
ISBN 3-8348-0681-1
ISBN 978-3-8348-0681-9

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Rückmeldung erwünscht:

andreas.eichler@ph-freiburg.de
www.leitideedatenundzufall.de

„Klagen nicht nachvollziehbar“

Ein Drittel aller Praxen kämpft ums Überleben, klagen die Ärzte. Niedergelassenen Medizinern gehe es gut, sagt dagegen der SPD-Gesundheitsexperte Lauterbach. Es gebe keinen Grund fUr die Politik, etwas zu ändern. Karl Lauterbach, sozialkdemokratischer Gesundheitsfachmann und Berater von Bundesgesundheitsministerin Ulla Schmidt, hat die Proteste der niedergelassenen Ärzte scharf kritisiert. „Ich finde das traurig. Die Ärzte, die bei der Qualität im europäischen Vergleich nur durchschnittli-

Lauterbach sagte dazu, in keiner anderen freiberuflichen Tätigkeit gebe es so wenig Insolvenzen wie bei niederge-

„Wenn jeder der Ärzte das Festgehalt eines Universitätsprofessors bekäme, käme es die gesetzliche Krankenkassen immer noch billiger“

Schon heute verdiene ein niedergelassener Allgemeinarzt in Westdeutschland rund 82.000 Euro im Jahr

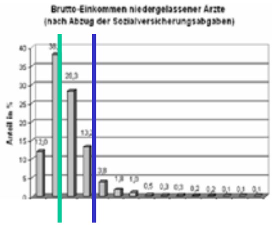
Ärztevertreter hatten beklagt, rund 30.000 Praxen [von rund 120.000] müssten mit einem Nettoeinkommen von 1600 bis 2000 Euro auskommen

Zeit online, 17.1.2006

Aufgabe:
Bildet Euch eine eigene Meinung darüber, ob die niedergelassenen Ärzte zu viel oder zuwenig verdienen.

Rechner:

- Begriffsbildung: Unterschied Median – arithmetisches Mittel
- Begriffsbildung: Schiefe Verteilungen



(Ziel: Rekonstruktion öffentlicher Argumentation)