
Testen vom Lernen her denken am Beispiel der Leitidee Daten und Zufall der Sekundarstufe I



Leitidee Daten und Zufall



Leitidee Daten und Zufall

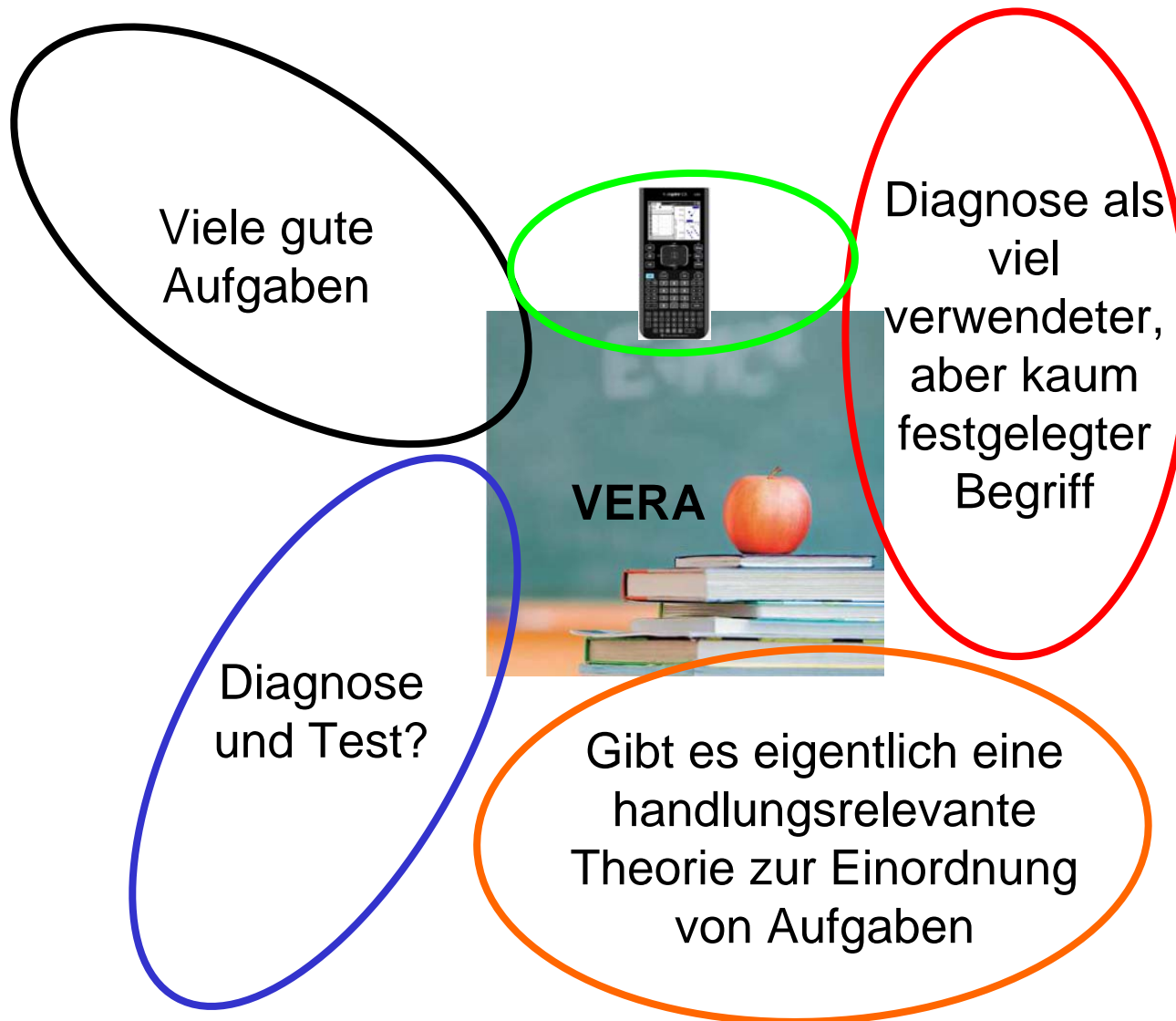


PAPA! Das ist Tierquälerei
(Ich glaube aber, die Katze gewinnt)

Mea culpa!

(aber: Interessens für einen möglichen Lernstrang sichtbar)





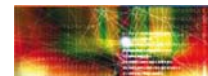
Tagesplanung:

1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	

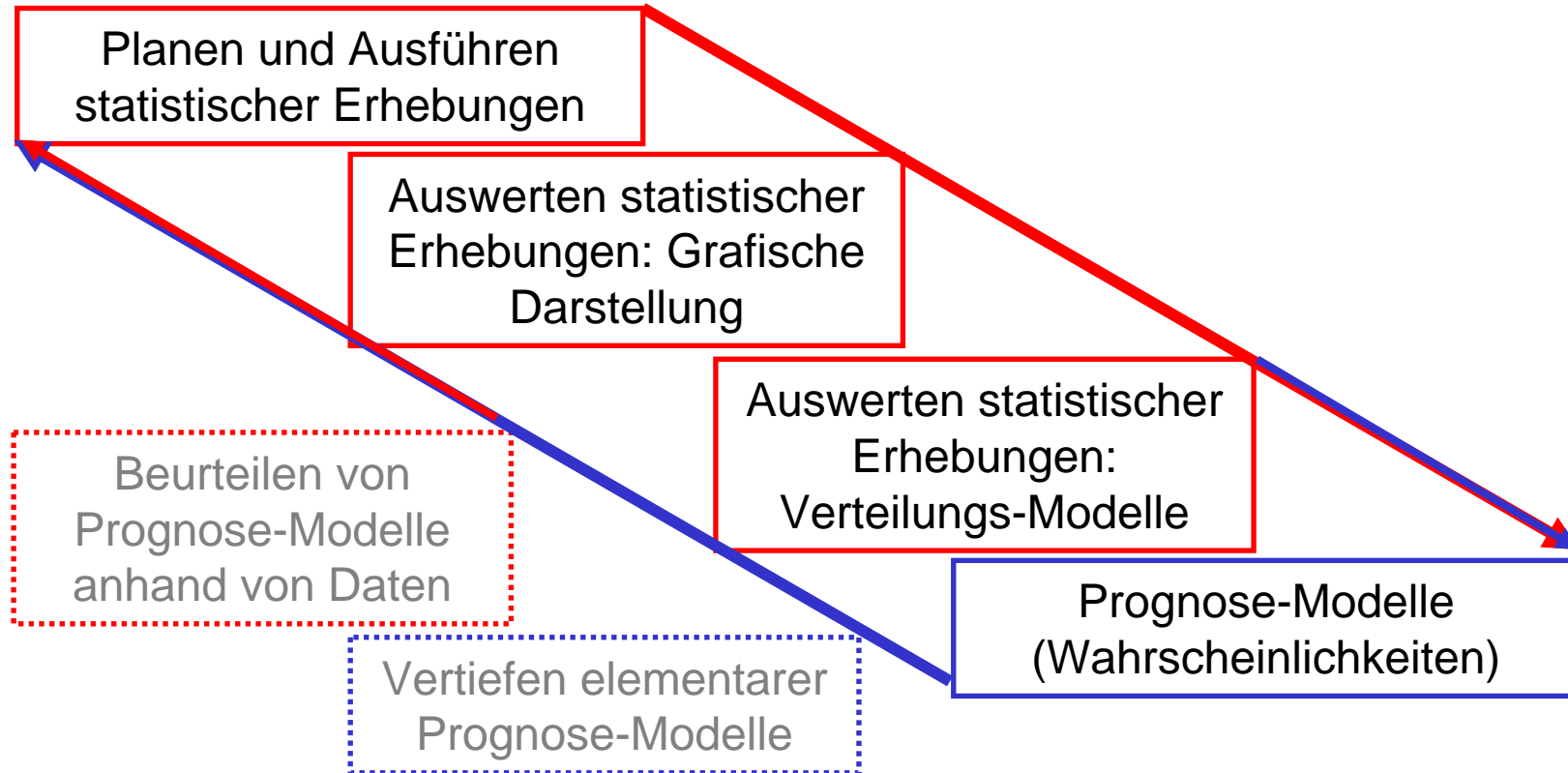


Tagesplanung:

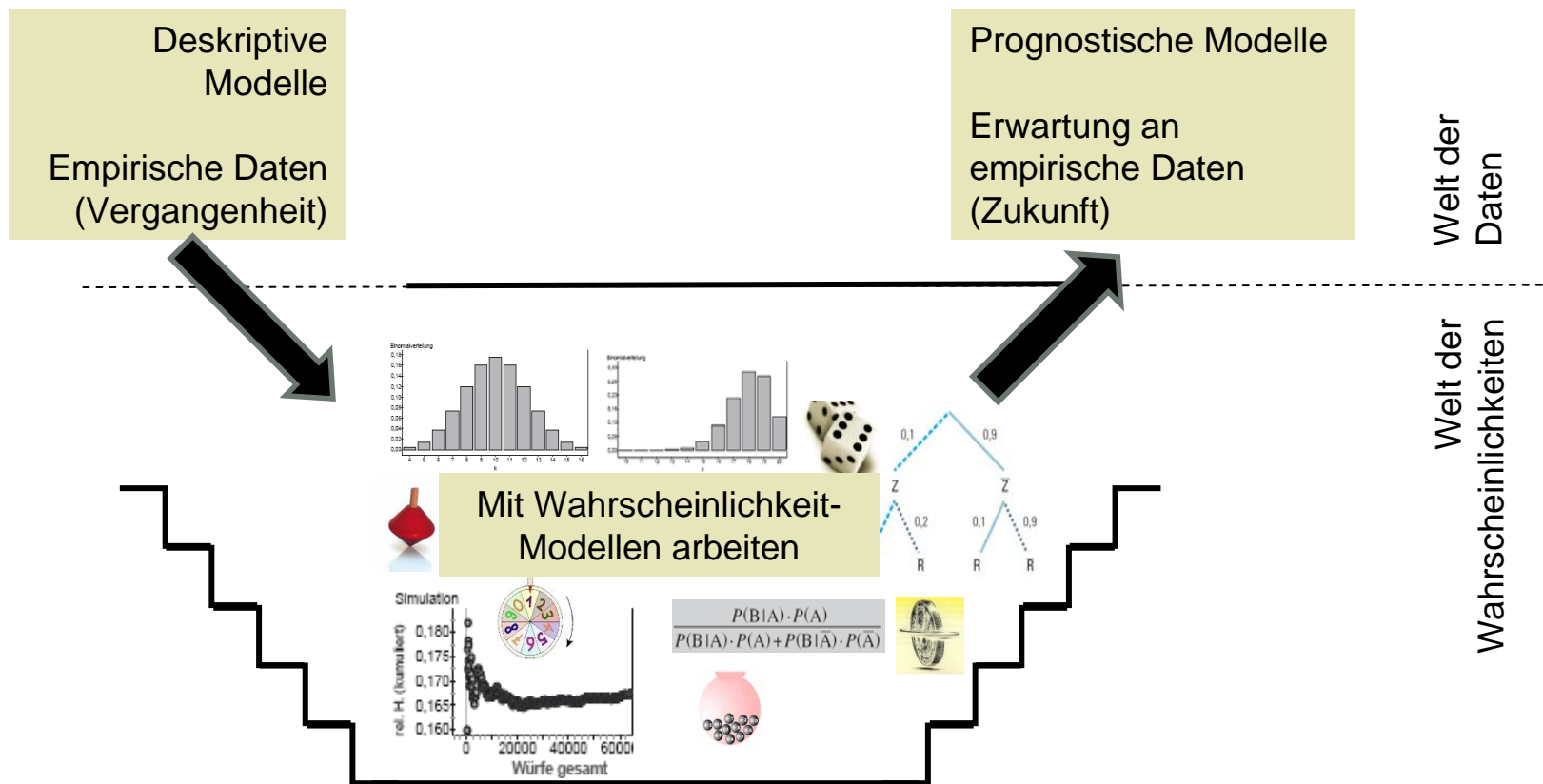
1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	



Leitidee **Daten** und **Zufall** als Gesamtidee



Leitidee **Daten** und **Zufall** als Gesamtidee



Leitidee **Daten** und **Zufall** als Gesamtidee



Leitidee **Daten** und **Zufall** als Gesamtidee



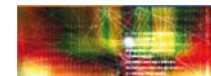
Mit Wahrscheinlichkeits-Modellen arbeiten

Welt der Wahrscheinlichkeiten

Simulation

rel. H. (kumuliert)

Würfe gesamt

$$\frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}$$


Leitidee **Daten** und **Zufall** als Gesamtidee

Desk
M

Empirische
(Vergange

delle

Welt der
Daten

Welt der
Wahrscheinlichkeiten

Leitidee Daten und Zufall (in beiden Sekundarstufen)

Schülerinnen und Schüler sollen erfahren, dass

Fragen an alltägliche empirische Phänomene gestellt und mit den *elementaren* Methoden der Sekundarstufen (und dem Rechner) beantwortet werden können

und: Ideen statt Algorithmen zählen.





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Sammeln

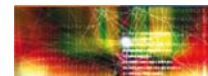
Wie?

Wie viele?

Dokumentation?



Eichler & Vogel (2009)





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Datenerhebung

Datenanzahl

Repräsentativität

Zufallsauswahl

Methodik in der Erhebung

Beobachtungsausschnitt

Beobachtung, Befragung,
Experiment

Planen und Ausführen
statistischer Erhebungen

Eichler & Vogel (2009)





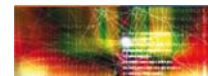
Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Beschreiben:

Ordnen, Klassifizieren,
Zuordnen



Eichler & Vogel (2009)

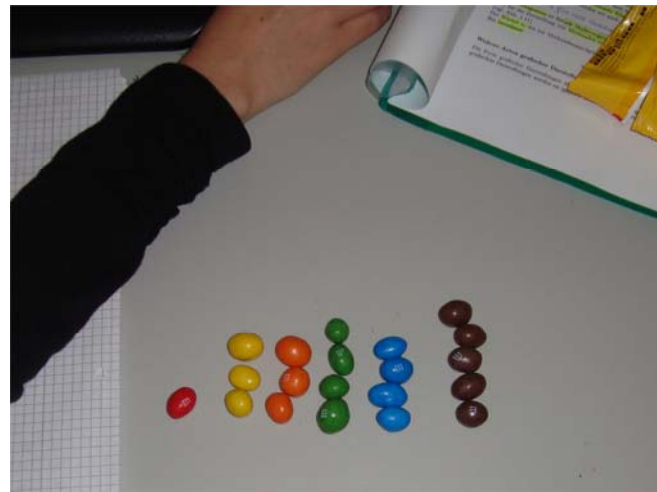
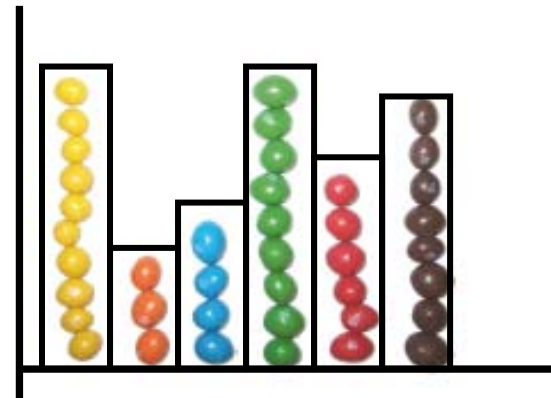




Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Beschreiben:

grafisch (qualitativ)



Eichler & Vogel (2009)





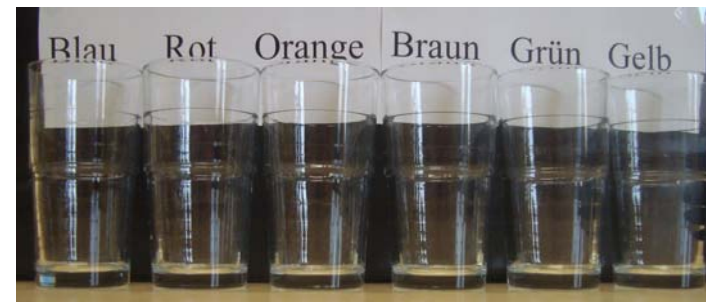
Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

**Aggregieren,
Zwischen-Sammlung:**

Wie viele?

Warum?

(Kumulieren/„große Zahlen“)



In welcher Höhe werden die Farben
in den Gläsern stehen, wenn alle
M&M der Klasse eingefüllt werden?

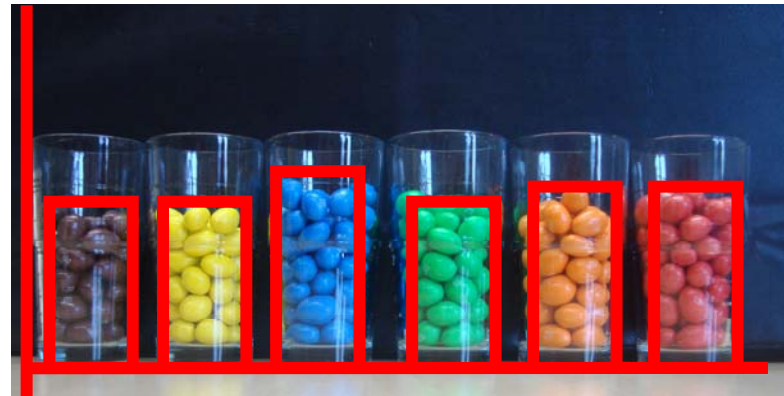
Eichler & Vogel (2009)



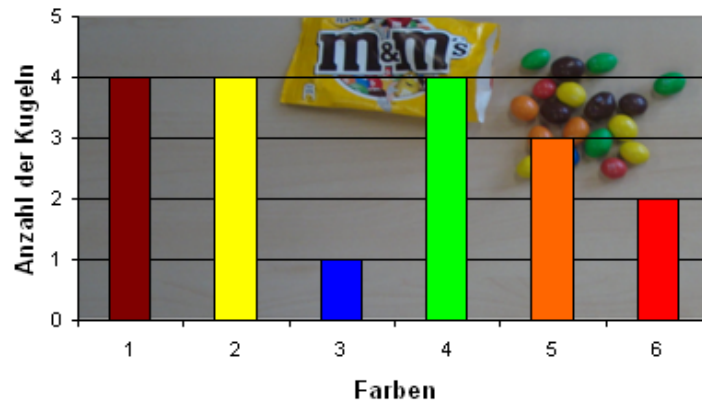


Beschreiben:
grafisch (qualitativ)

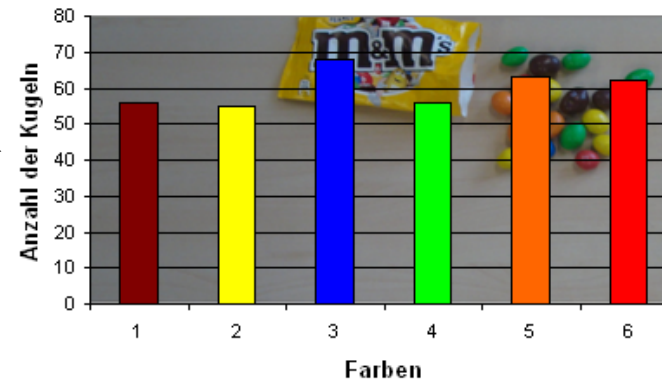
Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln



Füllung von M&M-Tüten



Füllung von M&M-Tüten





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Grafische Darstellung

Wo ist die höchste Anzahl?

Was bedeutet die Höhe der Säule

(Read the data; Curcio, 1989)

Welche Spannweite?

Welcher Mittelwert?

(Read in the data)

Warum sind die Daten so?

(Read beyond the data)

Auswerten statistischer Erhebungen:
Grafische Darstellung

Eichler & Vogel (2009)

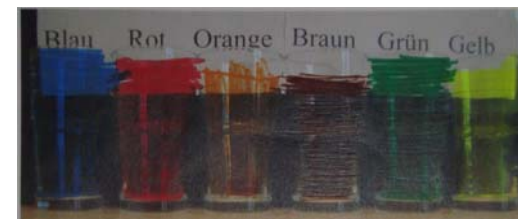




Prognose I (Diagnose):

In welcher Höhe werden die Farben in den Gläsern stehen, wenn alle M&M der Klasse eingefüllt werden?

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



Begründe, warum Du die Stiche so gemacht hast!
weil es so sein könnte das man in jeder bagung mal mehr und mal weniger.

- Eichler & Vogel (2011)
- Siegler (1995)
- Seel (2003)
- Eichler & Vogel (2009)

Wie und womit argumentieren Schülerinnen und Schüler in einfachen stochastischen Situationen?


















Aufgabe:
 Untersucht die
 Farbverteilung der
 M&M-Kugeln

Prognose I (Diagnose):

Was wird in den zwei Tüten sein,
 wenn man die gefüllten Gläser sieht?

Du siehst unten zwei M&M-Tüten. In jeder Tüte sind 18 M&M-Kugeln.
 Schätze, wie oft jede Farbe in diesen beiden Tüten sein wird.

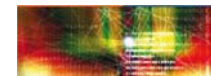
Tüte 1			Tüte 2	
Farbe	Anzahl		Farbe	Anzahl
	1		3	
	2		3	
	3		3	
	4		3	
	5		3	
	3		3	

Warum hast Du so geschätzt? *Manchmal sind es gleich viele
 Begründe Deine Schätzung! farben aber meistens nicht*
Ich bin einfach auf 18 gekommen

Eichler & Vogel (2011)

Eichler & Vogel (2009)

Nun öffnet man eine Tüte ...





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Informelle Inferenz

Welche Prognose kann man
treffen?

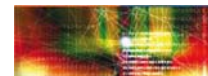
Worauf basiert eine Hypothese?

Wie kann man eine Hypothese
prüfen?

(Ben-Zvi et al., 2011)

Prognose-Modelle
(Informell)

Eichler & Vogel (2009)



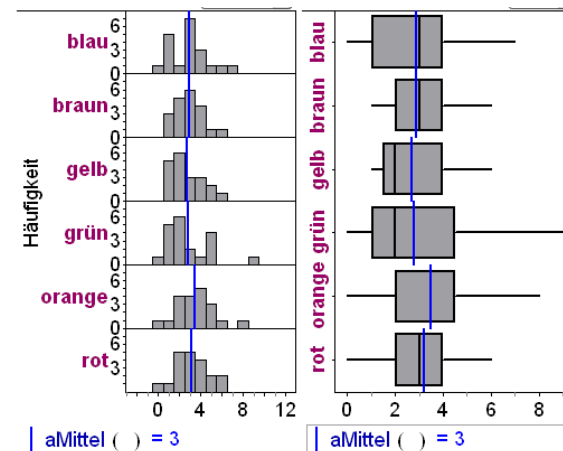


Aufgabe:
 Untersucht die
 Farbverteilung der
 M&M-Kugeln

Beschreiben:

... mit statistischen Modellen

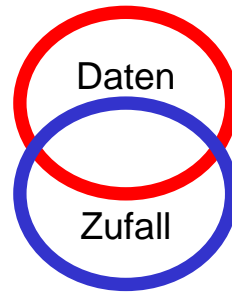
Von einzelnen Daten zu
 Messwerten aller Daten. (Median/
 arithmetisches Mittel, Streuung)



In einer Packung waren durchschnittlich
 18 Schokolinsen und im Durchschnitt je 3
 Linsen einer Farbe.

Eichler & Vogel (2009)





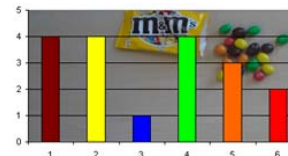
Aufgabe:

Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln

Beschreiben, Prognose:

Bilden eines Modells (~ 18 Kugeln pro Tüte, ~ 3 von jeder Farbe)

Arbeiten/Simulieren mit/von Modellen.



Simulieren einer Tüte/vieler Tüten

- händisch (mit dem Würfel)



- mit dem Rechner



Vergleich mit empirischen Phänomenen,

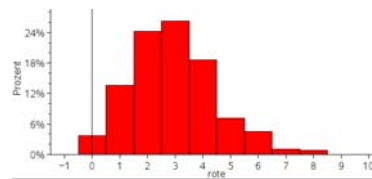
Kleine und große Stichproben

Eichler & Vogel (2009)





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln



Eichler & Vogel (2009)

Beurteilen:

... von statistischen Modellen
(qualitativ) mit Simulation

Wenn das Modell stimmt
(18 Kugeln/pro Packung; Farben
sind gleichverteilt),
Welche Häufigkeiten haben dann
die verschiedenen Anzahlen roter
Kugeln in einer Packung?

Welche Anzahlen roter Kugeln sind
(im Modell) sehr unwahrscheinlich?
Prognose für die nächste Tüte?
Nun öffnet man eine Tüte ...





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Informelle Inferenz

Welche Prognose kann man auf
der Basis simulierter Modelle
treffen?

Worauf basiert eine Hypothese?

Wie kann man eine Hypothese
prüfen?

(Ben-Zvi et al., 2011)

Prognose-Modelle
(Informell)

Eichler & Vogel (2009)

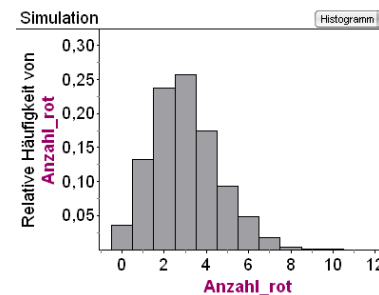




Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Beschreiben, Prognose:

Arbeiten mit Standardmodellen



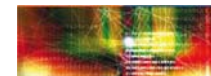
Hieb- und Stichaufgaben (im Kontext):

Wenn das Modell stimmt, wie groß wäre dann die Wahrscheinlichkeit, in einer Packung

- genau 3 rote Kugeln zu erhalten
- mindestens eine rote Kugel zu erhalten

- Baum, $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Eichler & Vogel (2009)





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Prognose-Modelle

Abhängigkeit/Unabhängigkeit

Spezielle Verteilungen

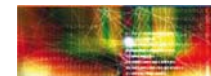
Grafische Darstellung

Zentrum und Streuung

(Datenanalyse der Zukunft)

Vertiefen elementarer
Prognose-Modelle

Eichler & Vogel (2009)



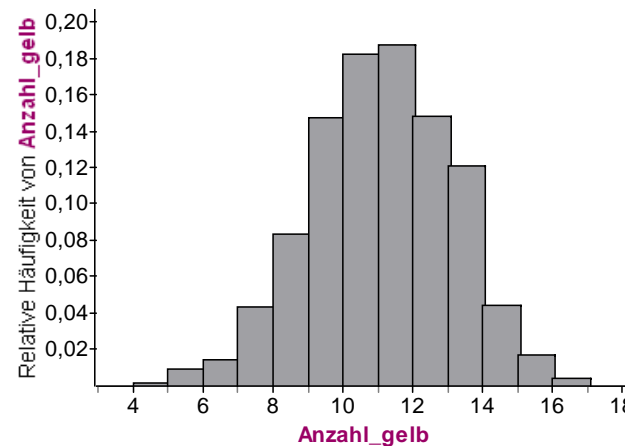


Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Prognose:

(quantitativ) mit Simulation und
formal

Wenn das Modell auch bei einer
neuen Erhebung (Smarties) stimmt,
wann sollte man an dem Modell
zweifeln?



Eichler & Vogel (2009)

Nun öffnet man eine weitere Tüte ...





Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

Beurteilungs-Modelle

Wenn das Modell richtig wäre ...

... dann ist etwa signifikant

Fehlertypen

Testvarianten

Schätzverfahren

Beurteilen von
Prognose-Modelle
anhand von Daten

Eichler & Vogel (2009)



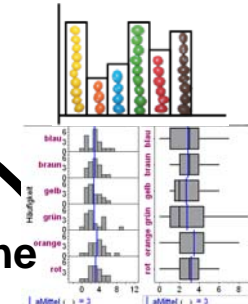


Aufgabe:
Untersucht die
Farbverteilung der
M&M-Kugeln

In der Sekundarstufe I:

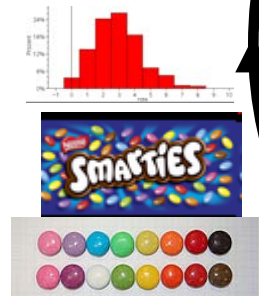


Phänomene
sammeln,
um Fragen
beantworten
zu können



Phänomene
ordnen,
quantitative
Beschreibung

Hypothesen zu
Modellen testen



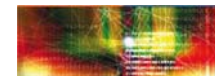
Erste
Hypothesen
Modelle
verfeinern

Farbe	Anzahl
blau	1
braun	2
gelb	3
grün	4
orange	5
rot	3

Modellen
quantitativ
bilden



Eichler & Vogel (2009)



Lernstrang?

VERA-Aufgabe: Bälle ziehen.

(Bild gelöscht)

Was kam davor? Gibt es ein davor?

Was kommt danach? Gibt es ein danach?



Tagesplanung:

1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test-Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	





Wer springt weiter?

Diagnose

Was ist das überhaupt?

- Anwendung wissenschaftlich fundierter Theorien und Instrumente in institutionellen Lehr-Lernsituationen
- das tägliche pädagogische Handeln von Lehrpersonen, also die Tatsache, dass Lehrkräfte im Unterrichtskontext beständig Schülerhandeln evaluieren und darauf basieren Lehrentscheidungen treffen müssen

Eichler & Vogel (2009)





Wer springt weiter?

Diagnose als knowledge of content and students (Ball et al.)

- Kenntnis, Vorhersage und Fähigkeit zur Identifizierung von typischen Fehlern,
- Erkennen des Grades von Verständnis in Schülerlösungen
- Identifikation von relativen Schwierigkeiten bzw. geeignete Lernschritten.

Eichler & Vogel (2009)



Leitidee Daten und Zufall

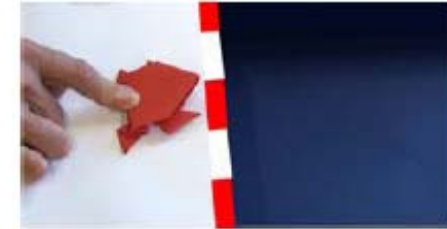


Wer springt weiter?

Sammeln:

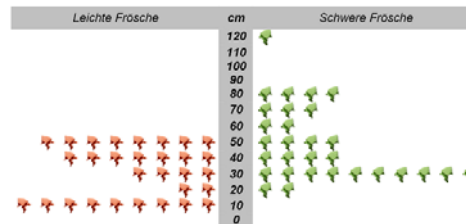


Vergleich oder Einzelfrosch?

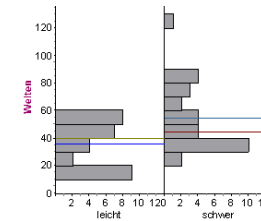


Wer springt?
Wie oft?
Wie wird gemessen?

Beschreiben:



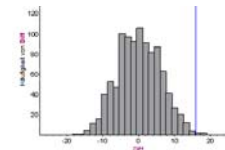
qualitativ, grafisch



quantitativ, Messwerte

Prognose:

(naive) Prognosen



Hypothese + Test
(Simulation, formal)

Eichler & Vogel (2009)



Leitidee Daten und Zufall



Eigenschaften
von Schülern

Sammeln:

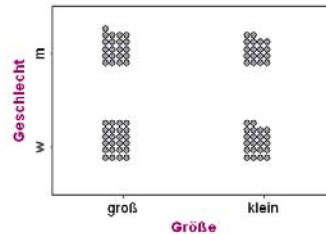


Merkmalsdefinition?

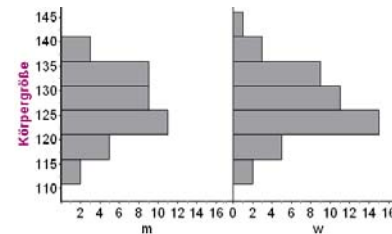


Wen genau?
Wo?
Wie viele?

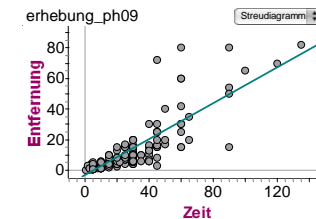
Beschreiben:



qualitativ, grafisch

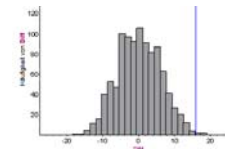


quantitativ, Messwerte



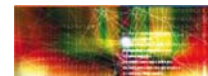
Prognose:

(naive) Prognosen



Hypothese + Test
(Simulation, formal)

Eichler & Vogel (2009)




Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen	<div style="border: 2px solid blue; padding: 10px;"> <p>Modell I:</p> <p>Unterscheidung von fokussierten Wissensarten (Hiebert & Carpenter, 1992)</p> <p>(und Aspekten der Leitidee Daten und Zufall)</p> </div>				
Grafische Darstellung					
Statistische Verteilung, Lage- und Streuparameter					
Prognose-Modelle (Wahrscheinlichkeiten)					



Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen					

An einer Schule ist eine Umfrage zu Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern durchgeführt worden. Dabei sind 224 der 435 Schüler befragt worden.



Die 224 befragten Schüler werden als

- Stichprobe
- Grundgesamtheit
- ...

bezeichnet



Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen					


An einem Gymnasium soll ein Mathematikkurs eine Umfrage zu Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern durchgeführt werden. Er entschließt sich, die Umfrage am nächsten Mittwoch von 14 Uhr bis 15 Uhr durchzuführen.

Beurteile diese Entscheidung

(Repräsentativitätsgedanke)



Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen					
Grafische Darstellung					




In der rechts zu sehenden Tabelle sind die Sprungweiten von 20 roten Fröschen angegeben.

Stelle die Daten in einem Säulendiagramm dar.



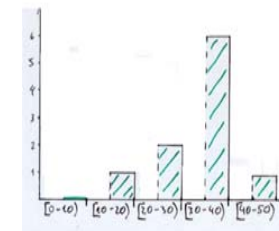
Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen					
Grafische Darstellung					


In dem rechts zu sehenden Säulendiagramm sind die Sprungweiten von 20 grünen Fröschen angegeben.

Auf der senkrechten Achse ist Folgendes dargestellt:

- die relative Häufigkeit einer Klasse von Sprungweiten
- die Weite eines Sprungs
- ...



Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
---	---------------------	--	---------------------------------------	----------------------------------	--------------------------------------

In dem rechts zu sehenden Tabelle sind die Sprungweiten von 20 grünen und roten Fröschen angegeben.



-Bestimme die arithmetischen Mittel



Statistische Verteilung, Lage- und Streuparameter					
Prognose-Modelle (Wahrscheinlichkeiten)					





Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
<p>Der grüne Frosch ist in fünf Versuchen im Durchschnitt xxx cm weit gesprungen. Nenne fünf mögliche Sprungweiten (die alle unterschiedlich sind).</p>					
<p>Statistische Verteilung, Lage- und Streuparameter</p>					
<p>Prognose-Modelle (Wahrscheinlichkeiten)</p>					



Leitidee Daten und Zufall

	Deklaratives Wissen	Prozedurales Wissen (direkte Ausführung)	Prozedurales Wissen II (Flexibilität)	Konzeptuelles Wissen I (Kontext)	Konzeptuelles Wissen II (Mathematik)
<p>Die Häufigkeitsverteilung der Sprungweiten von Fröschen hat die im Säulendiagramm gezeigte Form.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Zeichne ein, wo das arithmetische Mittel liegt. - Skizziere, wie das zugehörige Boxplot aussehen würde. - Karl sagt: „Das arithmetische Mittel liegt immer in der Mitte von Minimum und Maximum“. Nimm dazu Stellung 					
Statistische Verteilung, Lage- und Streuparameter					
Prognose-Modelle (Wahrscheinlichkeiten)					



Leitidee Daten und Zufall

	Prae-structural	Unistruktural	Multistruktural	Relational
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen				
Grafische Darstellung				
Statistische Verteilung, Lage- und Streuparameter				
Prognose-Modelle (Wahrscheinlichkeiten)				



Leitidee Daten und Zufall

	Prae-structural	Unistruktural	Multistruktural	Relational
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen		Beachten eines Aspektes	Beachten mehrerer Aspekte	Beachten eines Netzes von Aspektes
Grafische Darstellung				
Statistische Verteilung, Lage- und Streuparameter				
Prognose-Modelle (Wahrscheinlichkeiten)				



Leitidee Daten und Zufall

	Prae-structural	Unistruktural	Multistruktural	Relational
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen		Beachten eines Aspektes	Beachten mehrerer Aspekte	Beachten eines Netzes von Aspektes
Grafische Darstellung		Modell II (überwiegend konzeptuelles Wissen) Performanz von Schülerantworten (Biggs & Collis, 1982)		
Statistische Verteilung, Lage- und Streuparameter				
Prognose-Modelle (Wahrscheinlichkeiten)				



Leitidee Daten und Zufall

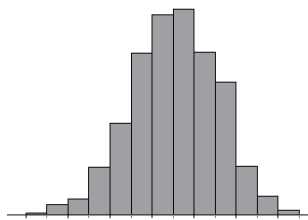
	Prae-structural	Unistruktural	Multistruktural	Relational
Planen und Ausführen statistischer Erhebungen				
Grafische Darstellung				

In dem rechts zu sehenden Diagramm sind die Sprungweiten von 50 grünen Fröschen angegeben.

-Bestimme die Sprungweite mit der größten relativen Häufigkeit.

- Bestimme die Spannweite

- Welcher Frosch ist besser? Begründe Deine Antwort.



WS I: Farbverteilung von M&M



Herausschneiden von Testaufgaben aus einem Lernstrang

Umsetzen der Modelle

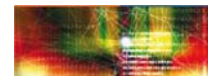
Ich – Du – Wir

Präsentation per Folie



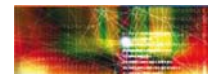
Tagesplanung:

1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	



Tagesplanung:

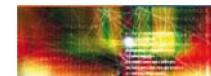
1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test-Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	



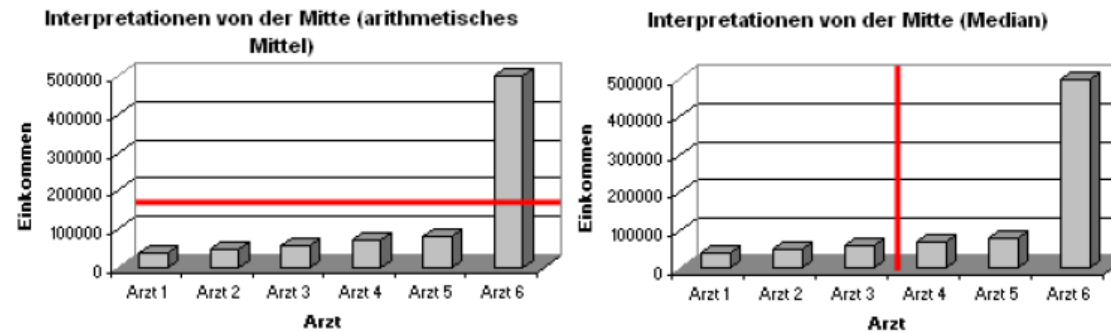
Leitidee Daten und Zufall

Aufgaben (Lernen & Testen):

1. Variieren von *Ort*, *Zeit* und *Sache* der Stichprobe
2. Prüfen der Definition (*Operationalisierung*)
3. Wie sollte man Personen auswählen? (*Repräsentativität*)



Leitidee Daten und Zufall



Gegeben ist das Gehaltsgefüge in einer fiktiven Firma:

Bezeichnung	Anzahl	Durchschnittsgehalt (€)	Gruppengehalt (€)
Arbeiter	1000	1000	1000000
Arbeiter gehob. Pos.	500	2000	1000000
Arbeitsgruppenleiter	50	5000	250000
Management	10	10000	100000
Firmenbesitzer	1	1000000	1000000
Summe	1561	----	3350000

Argumentiere mit Hilfe von Median und arithmetischem Mittel aus Sicht des Arbeiters und aus der Sicht des Firmenbesitzers, warum das Gehalt nicht ausreichend bzw. angemessen ist!
 (Eichler & Vogel, 2009)



Leitidee Daten und Zufall

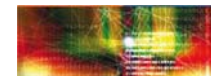
**„April, April, der macht,
was er will“?**

Ist der April wirklich ein
launischer Monat, der
macht, was er will?



Fokussierung auf Streuung
und Verteilungsvergleich
(z.B. April und Mai)

Tag	Temperatur -Maximum	Tag	Temperatur -Maximum
1	17,2	16	26,5
2	17,7	17	15,7
3	8	18	13,1
4	10,9	19	16,5
5	15,3	20	9,6
6	11,6	21	12
7	13,1	22	20
8	14,4	23	22,2
9	13	24	20,2
10	15,6	25	23,9
11	14,7	26	25
12	19,3	27	25,4
13	22,5	28	26,1
14	24,5	29	16,2
15	24,5	30	18,2
...



Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit



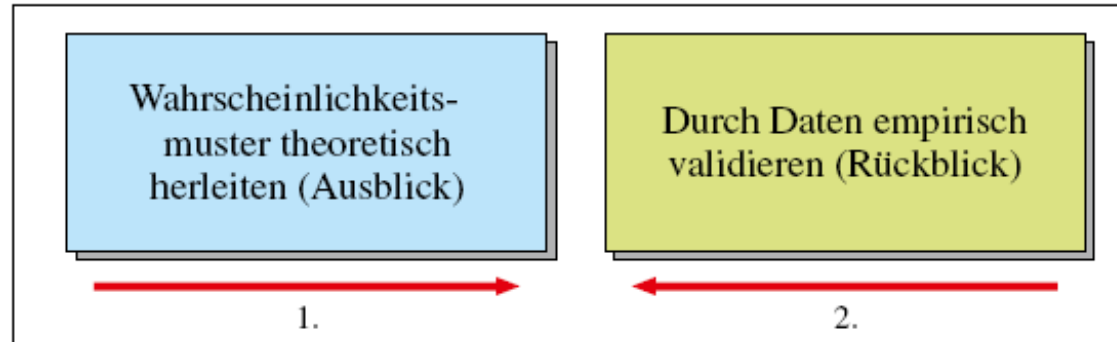
Abb. 1: Empirische Welt der Daten und Modell-Welt des Zufalls

Schwierigkeiten:

- Verbinden von Modell und Empirie,
- Verhaftet bleiben in der Würfelbude,
- Verknüpfen von Ausblick (Prognose) und Rückblick (Daten)
- Beschränkung in der Beispielauswahl



Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit



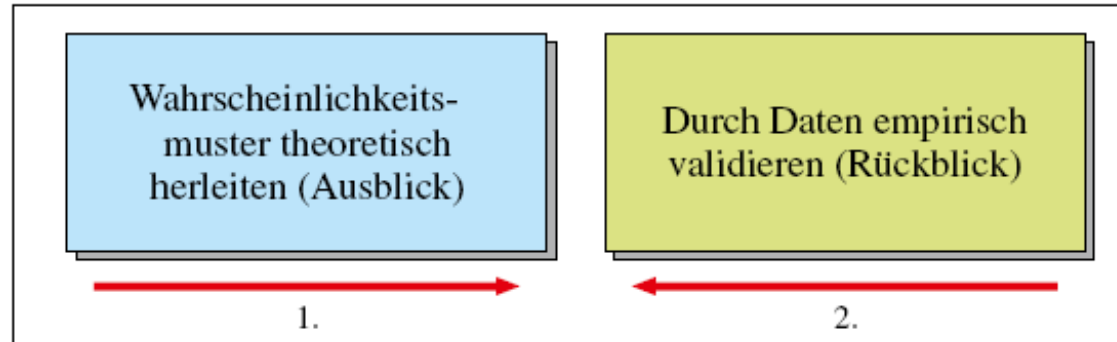
Laplace-Experimente



- Vernachlässigung der zukünftigen Häufigkeiten
- Überbetonung (elementarster) Arithmetik

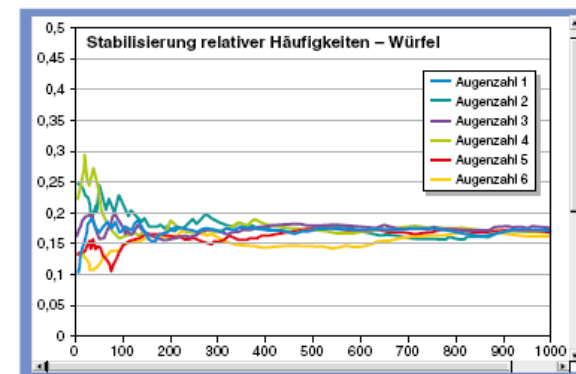


Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit

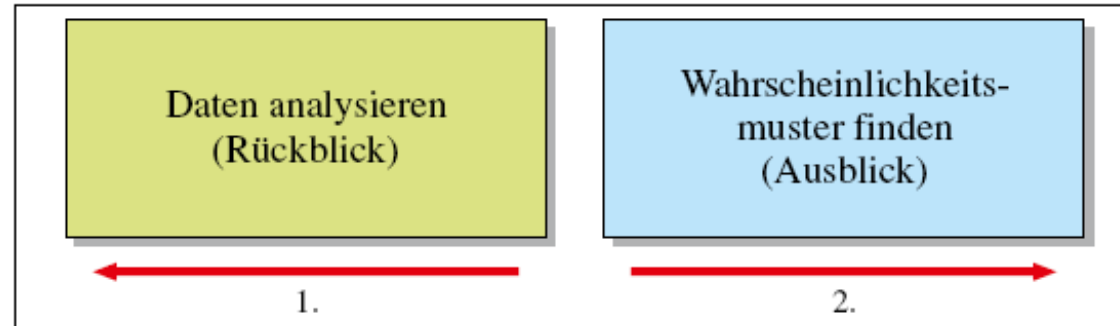


Laplace-Experimente

1. Wahrscheinlichkeit (Modell) festlegen
2. Prognose zukünftiger Häufigkeiten
3. Emp. Gesetz der großen Zahl

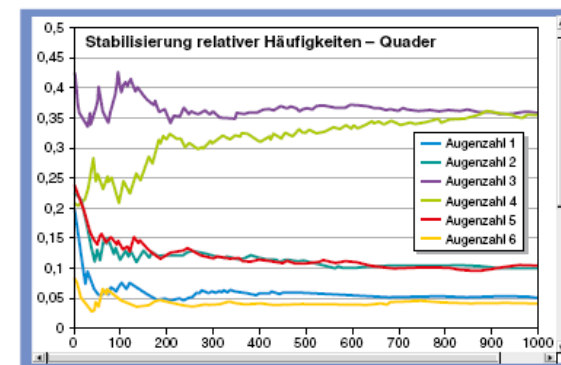


Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit

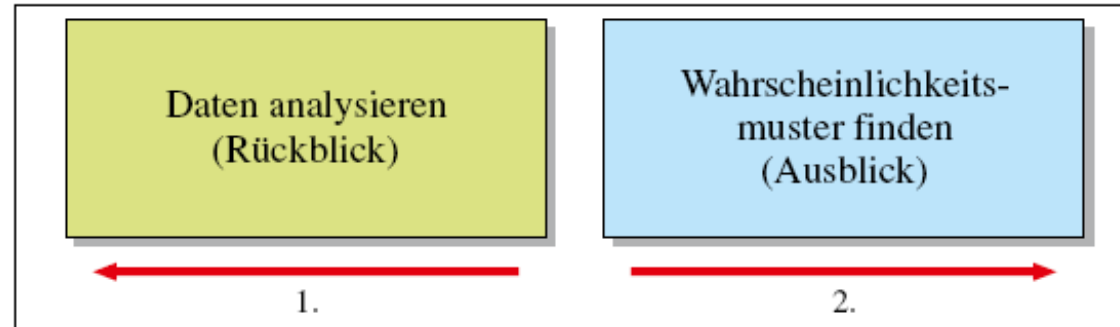


Non-Laplace-Experimente

1. Aus Häufigkeiten Modell festlegen
2. Prognose zukünftiger Häufigkeiten
3. Emp. Gesetz der großen Zahl

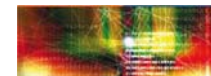
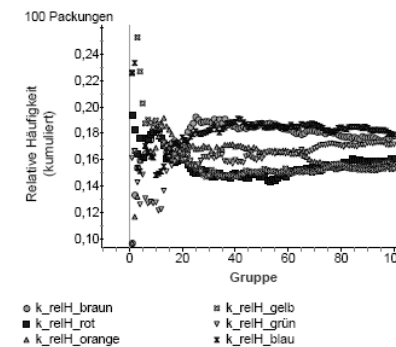


Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit



Non-Laplace-Experimente

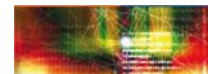
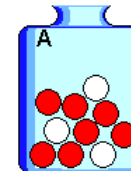
1. Aus Häufigkeiten Modell festlegen
2. Prognose zukünftiger Häufigkeiten
3. Emp. Gesetz der großen Zahl



Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit

Deklarativ:

- In einer Urne sind 6 von 20 Kugeln weiß. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen?
- Die Wahrscheinlichkeit ist eine Zahl zwischen
 - 0 und 1
 - 1 und 100
- ...



Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit

Prozedural I:

- Für die Smartie-Farben sind folgende Wahrscheinlichkeiten ermittelt worden:



	Rosa	Lila	Blau	Grün	Gelb	Oran	Rot	Schw
P	0,1	0,1	0,15	0,2	0,15	0,1	0,15	0,05

Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, aus einer Packung eine Linse zu ziehen, die grün oder blau ist.

- Bestimme die Wahrscheinlichkeit, bei Würfel eine Zahl größer 4 (mindestens 2, ...) zu erhalten.



Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit

Prozedural I:

- Für die Smartie-Farben sind folgende Wahrscheinlichkeiten ermittelt worden:



	Rosa	Lila	Blau	Grün	Gelb	Oran	Rot	Schw
P	0,1	0,1	0,15	0,2	0,15	0,1	0,2	0,1

Beurteile dieses Ergebnis (Summe > 1).

Bestimme eine fiktive Verteilung, bei der nur die Wahrscheinlichkeit für grün mit 0,2 bekannt ist.

- Nenne das Gegenereignis zu Augenzahl mindestens 3 in Worten und bestimme dessen Wahrscheinlichkeit.



Schwerpunkt: Wahrscheinlichkeit

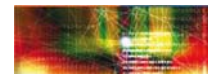
Konzeptuell I:

- Die Wahrscheinlichkeiten für die Smartie-Farben sollen von Dir ermittelt werden. Erläutere, wie Du vorgehst.
- Für die 6 Farben in den M&M-Packungen mit 18 Kugeln wurde ermittelt, dass jede Farbe im Durchschnitt 3 Mal pro Tüte vorkommt.
 - Ist es möglich, dass in einer der Tüten rechts keine rote Kugel vorkommt? Begründe.
 - Ist es möglich, dass in einer der Tüten alle Kugeln rot sind?



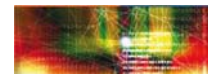
Tagesplanung:

1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	



Tagesplanung:

1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	



Variieren von Testaufgaben

Aufgabe 8: Steckwürfelfiguren

Diese Figuren wurden jeweils aus vier kleinen Würfeln zusammengesteckt.



Sie werden gut gemischt in ein Säckchen gefüllt. Es wird anschließend ohne Hinzuschauen eine Figur aus dem Säckchen gezogen.

Aufgabe 8.1: Steckwürfelfiguren

Gib an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die gezogene Figur einfarbig ist.

Deklarativ



Variieren von Testaufgaben

Aufgabe 8: Steckwürfelfiguren

Diese Figuren wurden jeweils aus vier kleinen Würfeln zusammengesteckt.



Sie werden gut gemischt in ein Säckchen gefüllt. Es wird anschließend ohne Hinzuschauen eine Figur aus dem Säckchen gezogen.

Aufgabe 8.1: Steckwürfelfiguren

Bestimme die W-Keit, eine Figur mit zwei oder drei weißen Steckwürfeln zu ziehen

Prozedural I



Variieren von Testaufgaben

Aufgabe 8: Steckwürfelfiguren

Diese Figuren wurden jeweils aus vier kleinen Würfeln zusammengesteckt.

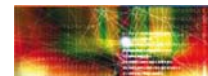


Sie werden gut gemischt in ein Säckchen gefüllt. Es wird anschließend ohne Hinzuschauen eine Figur aus dem Säckchen gezogen.

Aufgabe 8.1: Steckwürfelfiguren

Wie viele einfarbigen Figuren müssen hinzukommen, damit die W-keit beider einfarbigen Figuren $> 0,25$ ist?

Prozedural II



WS III: Revision von Aufgaben

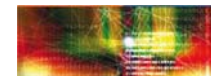
Sie erhalten im Folgenden eine Auswahl von Aufgaben aus Vera-8 (Testhefte I und III).

- Ordnen Sie diese Aufgaben theoretisch in das Ihnen gegebene 1. Modell ein.
- Variieren Sie die Aufgaben so, dass auch andere Einordnungen möglich sind.
- Variieren Sie Antwortmöglichkeiten so, dass auch eine Diagnose hinsichtlich des 2. Modells möglich sein könnte.



Tagesplanung:

1. Einleitung, Lernstrang Daten und Zufall	Input	09.00 – 09.30 Uhr
2. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Lernsträngen	Input I Workshop I	09.30 – 10.30 Uhr
	Pause	
3. Konstruktion von Test- Aufgaben aus Einzelinhalten	Input II Workshop II	10.45 – 11.45 Uhr
	Pause	
4. Variieren von Testaufgaben	Input	12.00 – 13.00 Uhr
	Fazit	



Mein Fazit:

- Am Anfang der Entwicklung von Diagnoseaufgaben ist die Festlegung von Lernsträngen sinnvoll, aus dem die Aufgaben erst erwachsen.
- Neben Kompetenzen und Anforderungsbereichen gibt es Modelle, die eine Unterscheidung von Aufgaben ermöglichen (Modell 1; Wissensarten).
- Ziel könnte die stärkere Beachtung von Aufgaben zum konzeptuellen Wissen sein (und im Ausgleich dazu von Aufgaben zum deklarativen Wissen).
- In der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist neben dem Rechnen im Modell insbesondere die Prognose (mit Muster und Streuung) wichtig.



Leitidee Daten und Zufall

Mein Fazit:

- Daten und Zufall ist immer mit einem Kontext verbunden. Auch bei Glücksrädern ist „Weltwissen“ notwendig.
- Denkt man in Lernsträngen, so kann man außerhalb der Würfelbude Kontexte finden, in denen Wahrscheinlichkeitsaussagen getroffen werden, bzw. Modelle für eine Prognose gebildet werden.



Leitidee Daten und Zufall

www.leitideedatenundzufall.de

Leitidee Daten und Zufall

Informationen & Material

Informationen & Material

Informationen & Material

Mit den Bildungsstandards, welche die Kultusministerkonferenz im Jahr 2003 beschlossen hat, wurde die Leitidee Daten und Zufall verbindlicher Inhalt des Mathematikunterrichts für alle Bundesländer. Im Unterschied zur internationalen stochastikdidaktischen Diskussion nahm der Datenaspekt im deutschen Mathematikunterricht bis dahin gegenüber der Wahrscheinlichkeitsrechnung nur eine untergeordnete Rolle ein. Es stellt sich die Frage, wie die didaktisch und pädagogisch Schwerpunkte der Lehrpläne in den verschiedenen Mathematikunterricht umgesetzt werden kann und wie Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zu der einen Leitidee Daten und Zufall verknüpft werden können.

Danke für die Aufmerksamkeit

Andreas Eichler, *IMBF* & Markus Vogel (Heidelberg)

Berlin, 17.12.2011