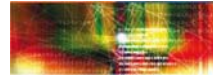
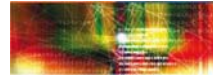


---

# Süßes Testen von Hypothesen



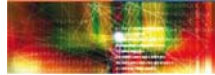




PAPA! Das ist  
Tierquälerei  
(Ich glaube aber,  
die Katze gewinnt)

**Mea culpa!**

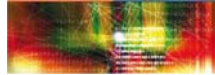
(aber: eine überprüfbare Hypothese.  
Was wäre wenn...)



### Konzept für didaktische Lehrveranstaltungen Mathematik in der Sekundarstufe II:

1. Verankerung eines Themas in den Standards zu Lehramtsausbildung der DMV, GDM und MNU (DMV, GDM, MNU, 2008)
2. Aufbau eines Themenkomplexes in einer mathematikdidaktischen Veranstaltung
  - I. Exemplarisches Analysieren inhaltsorientierter Lerngelegenheiten
  - II. Vertiefen fachdidaktischer Fragestellungen
  - III. Fehlvorstellung und Diagnose von Fehlvorstellungen
  - IV. Ergänzende Aspekte
  - V. Bezug zu den Vorgaben der Bildungsstandards

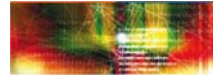




Konzept für didaktische Lehrveranstaltungen Mathematik in der Sekundarstufe II:

1. **Verankerung eines Themas in den Standards zu Lehramtsausbildung der DMV, GDM und MNU (DMV, GDM, MNU, 2008)**
2. Aufbau eines Themenkomplexes in einer mathematikdidaktischen Veranstaltung
  - I. **Exemplarisches Analysieren inhaltsorientierter Lerngelegenheiten**
  - II. Vertiefen fachdidaktischer Fragestellungen
  - III. Fehlvorstellung und Diagnose von Fehlvorstellungen
  - IV. Ergänzende Aspekte
  - V. Bezug zu den Vorgaben der Bildungsstandards



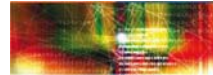


Konzept für didaktische Lehrveranstaltungen Mathematik in der Sekundarstufe II:

**1. Verankerung eines Themas in den Standards zu Lehramtsausbildung der DMV, GDM und MNU (DMV, GDM, MNU, 2008)**

<b>Stochastische Anwendungen</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- kennen Beispiele für die Anwendung von Stochastik (z.B. Markow-Ketten) in verschiedenen Wissenschaften (Ökonomie, Physik, ...)</li><li>- schätzen in Zufallssituationen Parameter aus Daten</li><li>- <b>führen Hypothesentests durch und reflektieren deren zentralen Schritte</b> und bestimmen Konfidenzintervalle</li><li>- beschreiben Schritte klassischer Testkonstruktion und Beispiele für probabilistische Testverfahren</li><li>- erläutern Unterschiede zwischen Bayes-Statistik und klassischen Testverfahren</li></ul>
<b>Neue Medien</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- verwenden Tabellenkalkulation und statistische Software zur Darstellung und explorativen Analyse von Daten</li><li>- <b>simulieren Zufallsversuche computergestützt</b></li></ul>



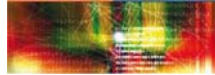


Konzept für didaktische Lehrveranstaltungen Mathematik in der Sekundarstufe II:

**1. Verankerung eines Themas in den Standards zu Lehramtsausbildung der DMV, GDM und MNU (DMV, GDM, MNU, 2008)**

<b>Mathematik- didaktische Basis- kompetenzen</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- beschreiben zu den zentralen Themenfeldern des Mathematikunterrichts: verschiedene Zugangsweisen, Grundvorstellungen und paradigmatische Beispiele ...</li></ul>
<b>Mathematik- unterrichts- bezogene Handlungs- kompetenzen</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>- kennen wesentliche Elemente von Lernumgebungen und nutzen diese zur zielgerichteten Konstruktion von Lerngelegenheiten: Aufgaben als Ausgangspunkt für Lernprozesse Lehr- und Lernmaterialien als Mittel fachlichen Lernens Möglichkeiten, Bedingungen und Grenzen des Computereinsatzes im Mathematikunterricht</li></ul>





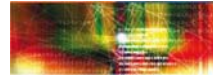
Konzept für didaktische Lehrveranstaltungen Mathematik in der Sekundarstufe II:

**2. Aufbau eines Themenkomplexes in einer mathematikdidaktischen Veranstaltung**

**I. Exemplarisches Analysieren inhaltsorientierter Lerngelegenheiten**

- a) Vorgeschichte (Sek. I)
- b) Aufgabenbeispiel (Sek. II)
- c) Reflexion



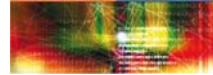


## I. Exemplarisches Analysieren inhaltsorientierter Lerngelegenheiten

- a) Vorgeschichte (Sek. I)
- b) Aufgabenbeispiel (Sek. II)
- c) Reflexion

Daten	1. Daten erheben, ordnen	Sek. I
	2. Daten darstellen	
	3. Daten kumulieren	
	4. Vergleich wenige/viel Daten	
Zufall	5. Modell bilden	Sek. II
	6. Modell bearbeiten/simulieren	
	7. Hypothese bilden	
	8. Modell validieren/Hypothese beurteilen	



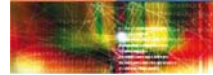


## I. Exemplarisches Analysieren inhaltsorientierter Lerngelegenheiten

- a) Vorgeschichte (Sek. I)
- b) Aufgabenbeispiel (Sek. II)
- c) Reflexion

Daten	1. Daten erheben, ordnen	Sek. I
	2. Daten darstellen	
	3. Daten kumulieren	
	4. Vergleich wenige/viel Daten	
Zufall	5. Modell bilden	Sek. II
	6. Modell bearbeiten/simulieren	
	7. Hypothese bilden	
	8. Modell validieren/Hypothese beurteilen	





### M&M – Sek. I



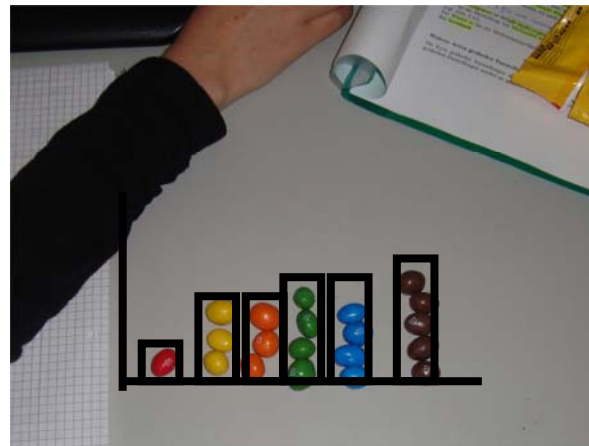
#### Aufgabe:

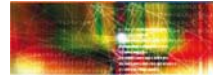
Untersucht die Inhalte dieser Tüten.

### 1. Daten erheben, ordnen



### 2. Daten darstellen





M&M – Sek. I

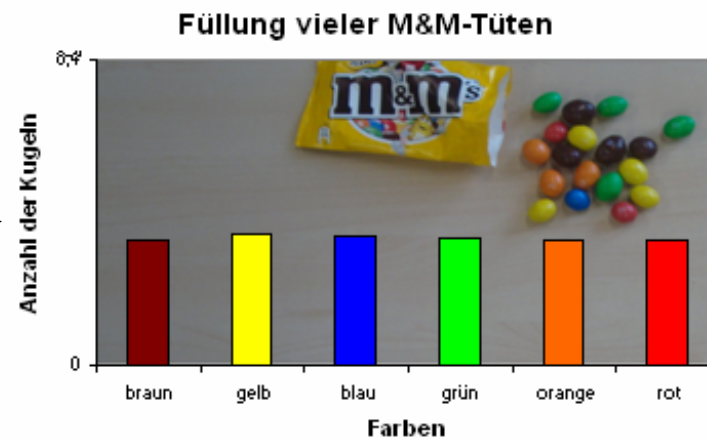
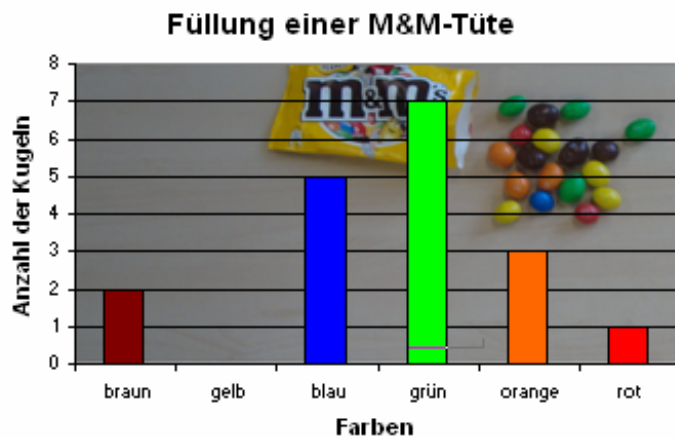
3. Daten kumulieren

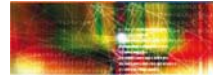


**Aufgabe:**  
 Untersucht die  
 Inhalte dieser  
 Tüten.



4. Vergleich Einzeltüte – Viele Tüten



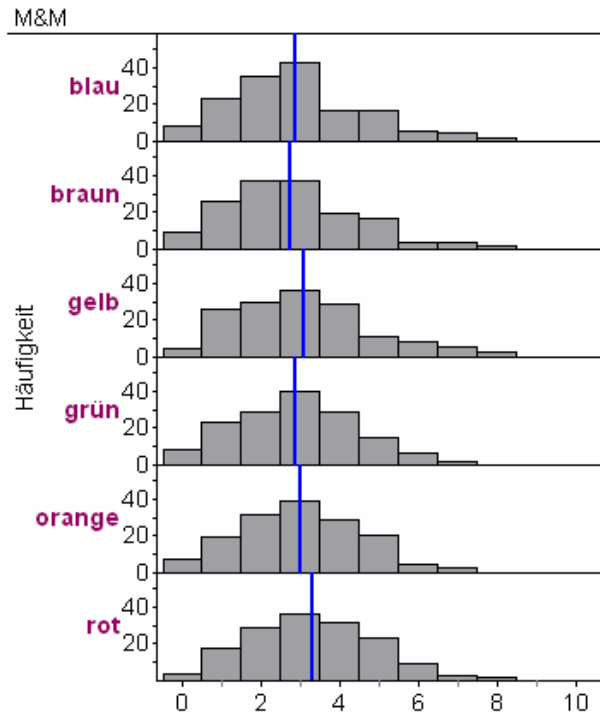


M&M – Sek. I/II



**Aufgabe:**  
Untersucht die  
Inhalte dieser  
Tüten.

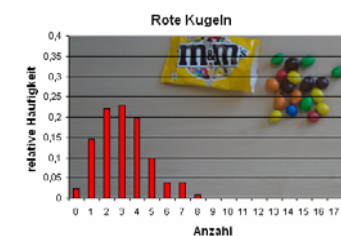
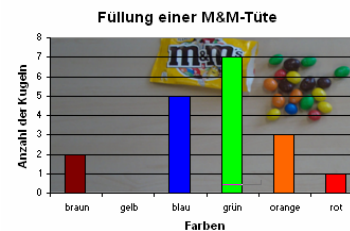
5. Modell bilden

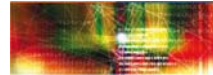


18 Kugeln pro Tüte

Von jeder Farbe im  
Durchschnitt 3 Kugeln

6. Modell simulieren/bearbeiten





### M&M (blau)



6 Farben  
Im Durchschnitt 36  
Kugeln pro Packung

### 7. Hypothesen bilden

Welche Farbverteilung vermuten Sie bei den blauen M&M-Tüten?

*gleichverteilt  
mehr rote*

### Smarties

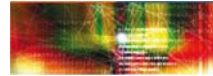


8 Farben  
Im Durchschnitt 40  
Linsen pro Packung

Welche Farbverteilung vermuten Sie bei den Smarties-Packungen?

*gleichverteilt  
am wenigsten braun*





M&M (blau)



9

6 Farben  
Im Durchschnitt 36  
Kugeln pro Packung

Smarties



10



8 Farben  
Im Durchschnitt 40  
Linsen pro Packung

8. Modell beurteilen (validieren)

Veranstaltung: Informatik II, Essen, 12.01.2012

Süßer Hypothesentest (M&M)

Sie sehen unten die Ergebnisse der Simulation der Öffnung von 1000 M&M Tüten (blau). Dieser Simulation wurde folgendes Modell zugrunde gelegt:

- pro Tüte sind 36 Kugeln vorhanden.
- die Farben sind gleichverteilt.
- es wird die Häufigkeit der Anzahlen der roten Kugeln in den 1000 simulierten Tüten dargestellt.

Rote Kugeln

Aufgabe:

Sie haben soeben für eine Tüte die Anzahl der roten Kugeln ermittelt.

Interpretieren: Sie dieses Ergebnis auf der Basis der oben gezeigten Verteilung der Anzahlen roter Kugeln in 1000 simulierten Tüten.

Bewerten: Sie insbesondere, ob Sie weiterhin von der Gleichverteilung der Farben ausgehen können.

Andreas Eichler, IMBF, PH Freiburg <http://www.informatik.uni-freiburg.de>

Veranstaltung: Informatik II, Essen, 12.01.2012

Süßer Hypothesentest (Smarties)

Sie sehen unten die Ergebnisse der Simulation der Öffnung von 1000 Smarties-Packungen. Dieser Simulation wurde folgendes Modell zugrunde gelegt:

- pro Tüte sind 40 Kugeln vorhanden.
- die Farben sind gleichverteilt.
- es wird die Häufigkeit der Anzahlen der roten Linsen in den 1000 simulierten Packungen dargestellt.

Rote Linsen

Aufgabe:

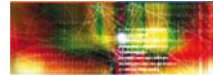
Sie haben soeben für eine Packung die Anzahl der roten Linsen ermittelt.

Interpretieren: Sie dieses Ergebnis auf der Basis der oben gezeigten Verteilung der Anzahlen roter Linsen in 1000 simulierten Packungen.

Bewerten: Sie insbesondere, ob Sie weiterhin von der Gleichverteilung der Farben ausgehen können.

Andreas Eichler, IMBF, PH Freiburg <http://www.informatik.uni-freiburg.de>



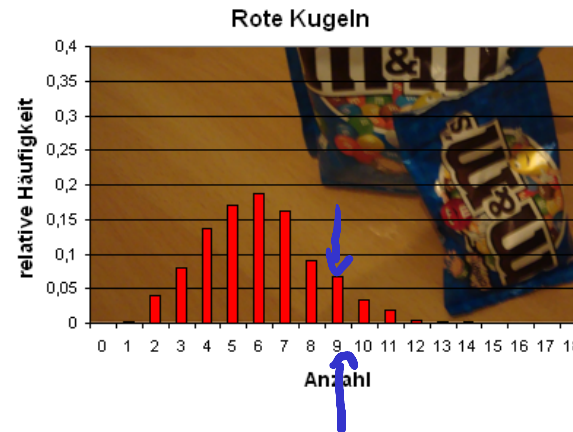


M&M (blau)



6 Farben  
Im Durchschnitt 36  
Kugeln pro Packung

8. Modell beurteilen (validieren)

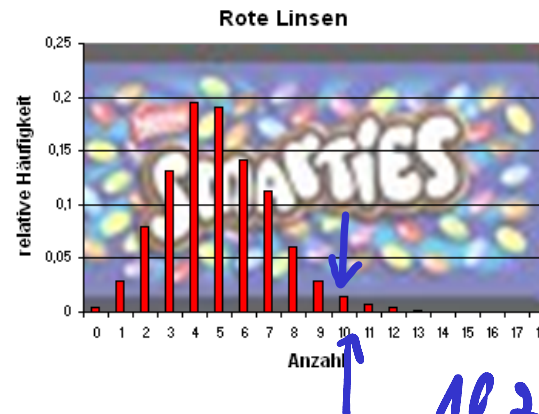


$\approx 7\%$   
relativ wahrscheinlich.  
Kein Zweifel

Smarties

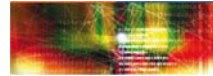


8 Farben  
Im Durchschnitt 40  
Linsen pro Packung



$\approx 2\%$   
nicht so wahrscheinlich.  
Kaum Zweifel  
Zweifel, weil  
10 zu viele sind  
(9/4 rote Linsen)





**M&M (blau)**



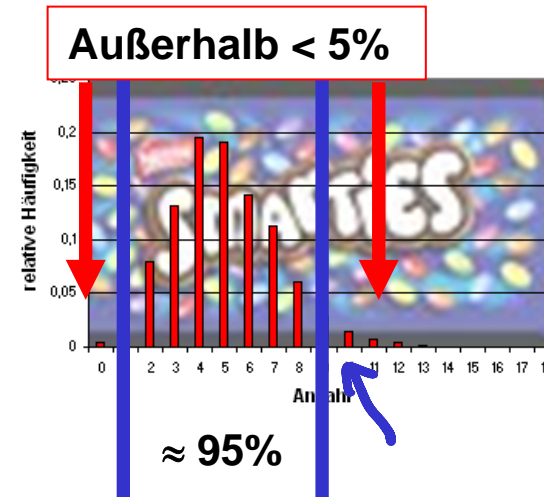
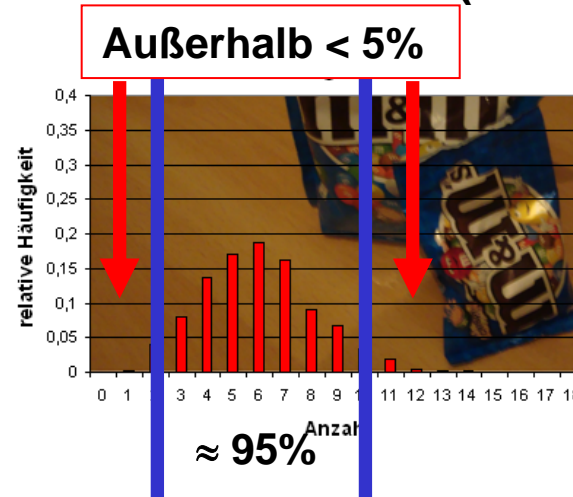
6 Farben  
Im Durchschnitt 36  
Kugeln pro Packung

**Smarties**



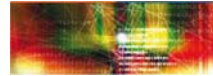
8 Farben  
Im Durchschnitt 40  
Linsen pro Packung

**8. Modell beurteilen (validieren)**



**Konvention:**  
Ein Ereignis, das auf der Basis eines Modells eine Wahrscheinlichkeit von weniger als 5% hat, wird als **signifikant bezeichnet** und führt zur **Ablehnung des Modells**



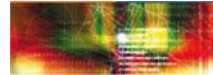


## I. Exemplarisches Analysieren inhaltsorientierter Lerngelegenheiten

- a) Vorgeschichte (Sek. I)
- b) Aufgabenbeispiel (Sek. II)
- c) Reflexion

Daten	1. Daten erheben, ordnen	Sek. I
	2. Daten darstellen	
	3. Daten kumulieren	
	4. Vergleich wenige/viel Daten	
Zufall	5. Modell bilden	Sek. II
	6. Modell bearbeiten/simulieren	
	7. Hypothese bilden	
	8. Modell validieren/Hypothese beurteilen	





### M&M (blau)



6 Farben  
Im Durchschnitt 36  
Kugeln pro Packung

### 8. Modell beurteilen (validieren)

Nach Konvention spricht der Inhalt der  
Tüte nicht gegen das Modell der  
Gleichverteilung

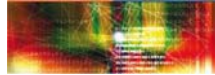
### Smarties



8 Farben  
Im Durchschnitt 40  
Linsen pro Packung

Nach Konvention spricht der Inhalt der  
Packung gegen das Modell der  
Gleichverteilung, sondern für mehr rote  
Linsen

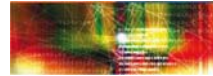




### Noch fehlende Inhalte:



- Systematische Behandlung des Modells (Binomialverteilung)
- Systematische Betrachtung von Fehlern
- Verbesserung der Testdurchführung
- Beurteilung alternativer Modelle.
- Ausweitung des Hypothesentests auf weitere Modelle (nicht das  $p$  einer Binomialverteilung)

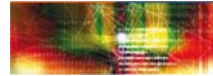


### Ziele:



- Annäherung an die **Idee** des Hypothesentests vor dem **Algorithmus**
- Aufbau der Idee anhand eines **einprägsamen Beispiels**, das auf **realen Daten** basiert





---

## Einprägsame Modellierung mit der Binomialverteilung?

Produktion:

Bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla **im Durchschnitt 2%** bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla bla. Bla bla bla bla bla bla. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass **von den 20** bla bla bla bla bla bla **genau 3** bla bla bla bla bla bla ?“

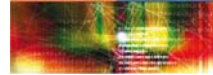
Text: irrelevant

Sachsituation: irrelevant

Daten: irrelevant

Modell der Binomialverteilung, 3 Zahlen: relevant



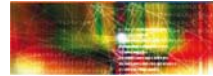


### Ziele:



- Annäherung an die **Idee** des Hypothesentests vor dem **Algorithmus**
- Aufbau der Idee anhand eines **einprägsamen Beispiels**, das auf **realen Daten** basiert
- Aufbau Idee des Beurteilens durch **erneute Datensammlung** nach Aufstellen des Modells.





„Jemand behauptet, dass in den Zoohandlungen grüne und blaue Wellensittiche gleich häufig angeboten werden.

*[Hypothese: Gleichverteilung]*

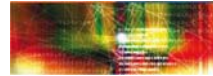
In mehreren Zoohandlungen wird bei 100 Sittichen die Farbe bestimmt.

*[Sollen das Schülerinnen und Schüler machen? Wie werden die Zoohandlungen ausgewählt?]*

Man findet 64 grüne Vögel. Kann man bei einem Signifikanzniveau von 5%...

*[Erst das Ergebnis abwarten, dann einen Test definieren?]*



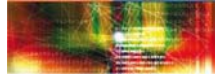


### Ziele:



- Annäherung an die **Idee** des Hypothesentests vor dem **Algorithmus**
- Aufbau der Idee anhand eines **einprägsamen Beispiels**, das auf **realen Daten** basiert
- Aufbau Idee des Beurteilens durch **erneute Datensammlung** nach Aufstellen des Modells.
- **simulierte Verteilung als Mittlerin** zwischen (konkreten) empirischen Verteilungen und (abstrakten) Wahrscheinlichkeitsverteilungen



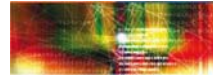


Konzept für didaktische Lehrveranstaltungen Mathematik in der Sekundarstufe II:

1. **Verankerung eines Themas in den Standards zu Lehramtsausbildung der DMV, GDM und MNU (DMV, GDM, MNU, 2008)**
2. Aufbau eines Themenkomplexes in einer mathematikdidaktischen Veranstaltung
  - I. **Exemplarisches Analysieren inhaltsorientierter Lerngelegenheiten**
  - II. Vertiefen fachdidaktischer Fragestellungen
  - III. Fehlvorstellung und Diagnose von Fehlvorstellungen
  - IV. Ergänzende Aspekte
  - V. Bezug zu den Vorgaben der Bildungsstandards



# Süßes Testen von Hypothesen



Leitidee Daten und Zufall - Mozilla Firefox

www.leitideedatenundzufall.de

## Leitidee Daten und Zufall

Informationen & Material

Informationen & Material

Informationen & Material

Mit den Bildungsstandards, welche die Kultusministerkonferenz im Jahr 2003 beschlossen hat, wurde die Leitidee Daten und Zufall verbindlicher Inhalt des Mathematikunterrichts für alle Bundesländer. Im Unterschied zur internationalen stochastikdidaktischen Diskussion nahm der Datenaspekt im deutschen Mathematikunterricht bis dahin gegenüber der Wahrscheinlichkeitsrechnung nur eine untergeordnete Rolle ein. Es stellt sich die Frage, wie die didaktische Schwerpunktverschiebung hin zu den Daten im Mathematikunterricht umgesetzt werden kann und wie Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zu der einen Leitidee Daten und Zufall verknüpft werden können.

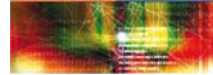
Mit unseren Büchern und Lehrerfortbildungen haben wir uns zum Ziel gesetzt, mathematische, didaktische und unterrichtspraktische Antworten zu geben und so die Lehrenden im Bereich der Leitidee Daten und Zufall an Schule und Hochschule zu unterstützen. Uns ist bewusst, dass wir damit nur Ideen- und Hintergrundgeber für die Unterrichtsgestaltung vor Ort sein können, und wir hoffen, für Sie und den Mathematikunterricht gute und brauchbare Antworten gefunden zu haben.

Wir freuen uns über Ihre Rückmeldungen!  
Andreas Eichler & Markus Vogel

[eichlervogel@leitideedatenundzufall.de](mailto:eichlervogel@leitideedatenundzufall.de)

# Die Folien finden Sie hier





**Danke für Ihre  
Mitarbeit und  
Aufmerksamkeit**