



„Daten und Zufall“, Klagenfurt, 10-21.01.2012

Bedingte Wahrscheinlichkeiten



Sie erhalten auf dieser und den Folgeseiten zwei Aufgabensets zum Themenkomplex bedingte Wahrscheinlichkeiten. Weiterhin erhalten Sie aus Forschungsprojekten Testaufgaben. Bearbeiten Sie zunächst die Aufgabensets (60 min), anschließend die Testaufgaben (15 min) und schließlich die Reflexionsaufgaben (siehe entsprechendes Aufgabenblatt; 15 min).

1) HIV-Test:

Uelzen: Gesundheitsamt rät von HIV-Schnelltests ab
 Pressemeldung vom 24. Juni, 2009, 10:40 am

- Warum rät das Gesundheitsamt von diesem Test ab, dessen Eigenschaften unten gegeben sind?

Basisrate	Krank: $P(K) = 0,001$, $P(\bar{K}) = 0,999$
Sensitivität	Wenn krank, dann Test positiv (D): $P(D K) = 0,995$
	Wenn krank, dann Test negativ: $P(\bar{D} K) = 0,005$
Spezifität	Wenn gesund, dann Test positiv (D): $P(D \bar{K}) = 0,01$
	Wenn gesund, dann Test negativ: $P(\bar{D} \bar{K}) = 0,99$

- Stellen Sie den Test in einem Baum dar, in dem Sie 1000000 virtuelle Personen eingehen lassen.
- Wie könnte man den Test verbessern? Nutzen Sie für diese Frage den Baum sowie das Einheitsquadrat (Excel-Dateien)
- Könnte man nach einem positiven Ergebnis den Test für die Verbesserung der Aussage nicht einfach noch einmal ausführen?

Andreas Eichler, **IMBF**, PH Freiburg <http://www.lehrstuehle.statistik.uni-freiburg.de>





Uelzen: Gesundheitsamt rät von HIV-Schnelltests ab

Pressemeldung vom 24. Juni, 2009, 10:40 am

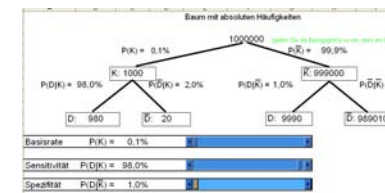
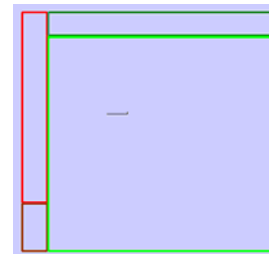


Aufgabe: HIV

- Warum ist der Schnelltest schlecht?

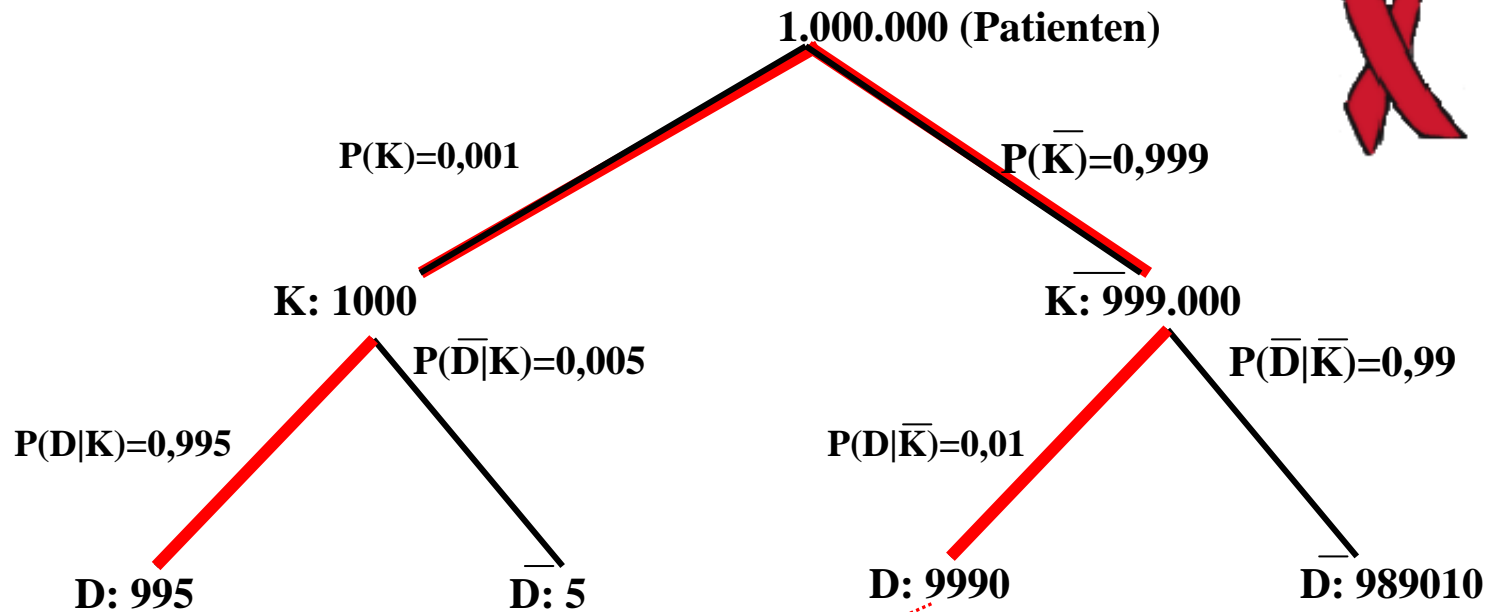
Basisrate	Krank: $P(K) = 0,001$, $P(\bar{K}) = 0,999$
Sensitivität	Wenn krank, dann Test+ (D): $P(D K) = 0,995$; $P(\bar{D} K) = 0,005$
Spezifität	Wenn gesund, dann Test+ (D): $P(D \bar{K}) = 0,01$; $P(\bar{D} \bar{K}) = 0,99$

- Könnte man nicht bei einem positiven Ergebnis gleich noch einen machen?





HIV



$$P(K|D) = \frac{995}{995 + 9990} \approx 0,091$$

Der Anteil der kranken unter den positiv getesteten Patienten beträgt 9,1 Prozent



Daten und Zufall



HIV



Das Einheitsquadrat: $P(K|D) = \frac{P(K) \cdot P(D|K)}{P(K) \cdot P(D|K) + P(\bar{K}) \cdot P(D|\bar{K})}$

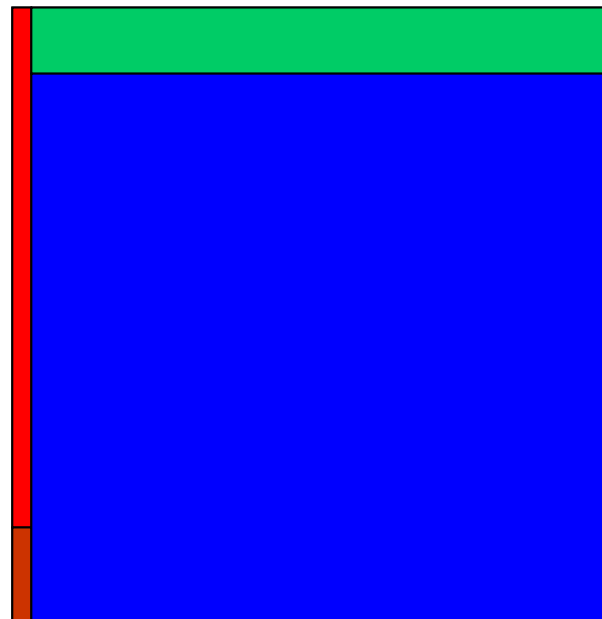
Basisrate: $P(K) = 0,001$

$P(\bar{K}) = 0,999$

Sensitivität

$P(D|K) = 0,995$

$P(\bar{D}|\bar{K}) = 0,005$



$P(D|\bar{K}) = 0,01$

$P(\bar{D}|\bar{K}) = 0,99$

Spezifität





HIV-Basisraten



Land	Basisrate in %	STest	Elisa	Westernblot
Botswana	37,3	98,3	98,3	99,9
Lesotho	29	97,6	97,5	99,9
Simbabwe	24,6	97,0	96,9	99,9
Süd Afrika	21,5	96,4	96,4	99,9
Zentral-Afrika	13,5	94,0	93,9	99,9
Kongo	5	83,9	83,8	99,8
Ukraine	1,4	58,5	58,4	99,2
Estland	1,1	52,4	52,4	99,0
Russland	1,1	52,4	52,4	99,0
Indien	0,9	47,4	47,3	98,8
Brasilien	0,7	41,2	41,1	98,5
D/Ö	0,01	9,1	9,1	97,1





	Modell für die Würfel					
Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$
Wahrscheinlichkeit	0,05	0,1	0,35	0,35	0,1	0,05

$$P(N) = P(Q) = 0,5$$

Es fällt die Augenzahl x

Aufgabe:

Die Spielleitung wählt verdeckt den normalen oder den quaderförmigen Würfel aus.
Welcher ist es?

$$P(N|x) = \frac{P(x|N) \cdot P(N)}{P(x|N) \cdot P(N) + P(x|Q) \cdot P(Q)}$$

Verarbeiten der Information (x) und Anwendung der Formel von Bayes führt zu Neubewertung



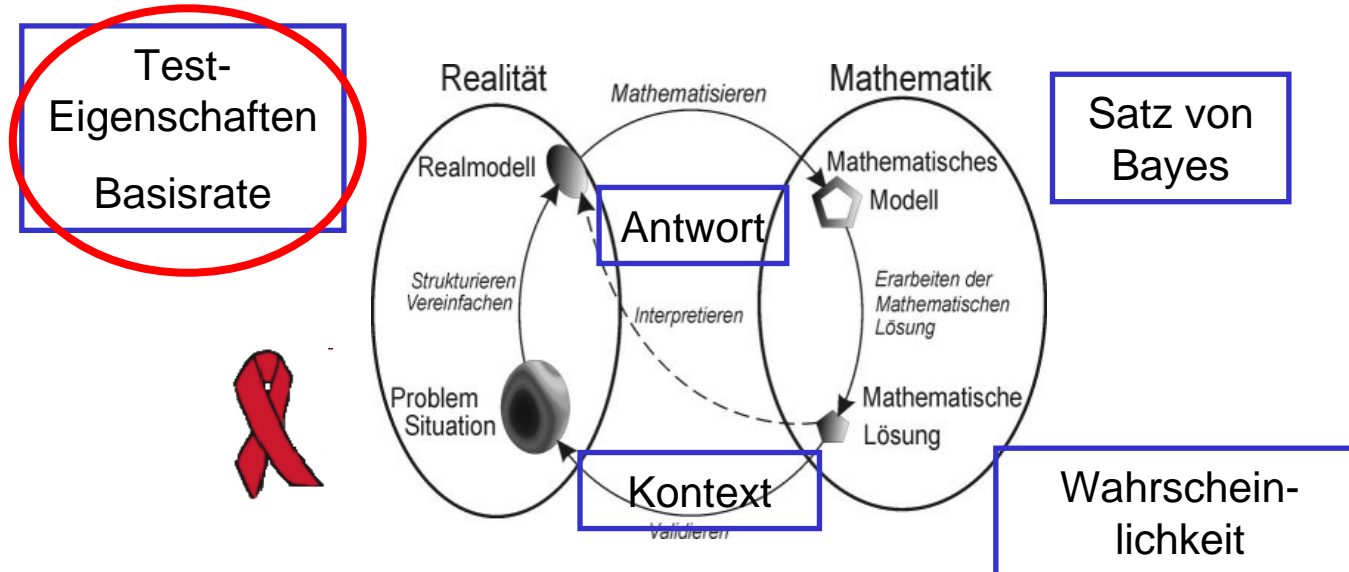


Reflexion a: Kompetenzen

Modellieren (un-)abhängiger Vorgänge

Visualisieren von Sequenz (Baum) und Struktur (Einheitsquadrat)

Reflexion b: Modellierung





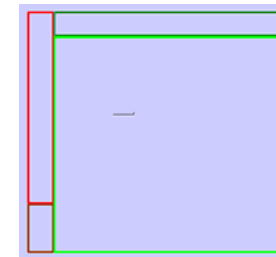
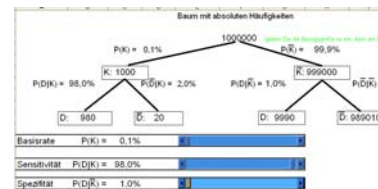
Reflexion c: Statistisches Denken

Mentale Modelle:

Baum als Hilfe zum mentalen Simulieren (*Funktion*)

Einheitsquadrat als Hilfe zum Durchdringen der *Struktur*

Phänomen der Diagnose seltener Ereignisse



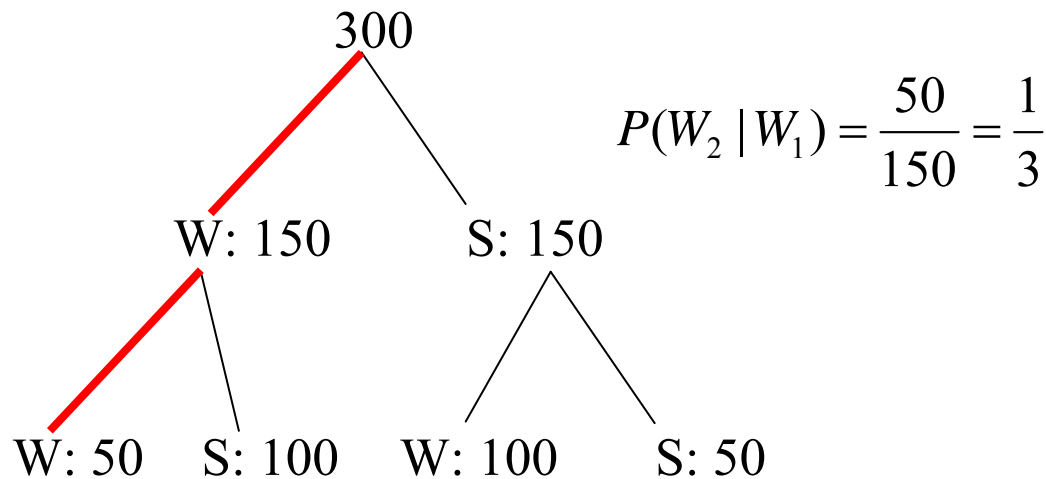


Reflexion f: Fehlvorstellungen

1) In einer Urne sind zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im zweiten Zug eine weiße Kugel gezogen wird, wenn der erste Zug weiß war?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im ersten Zug eine weiße Kugel gezogen wurde, wenn der zweite Zug weiß ist?



Kahneman (2011)

Bea (1995)

Scholz (1987)



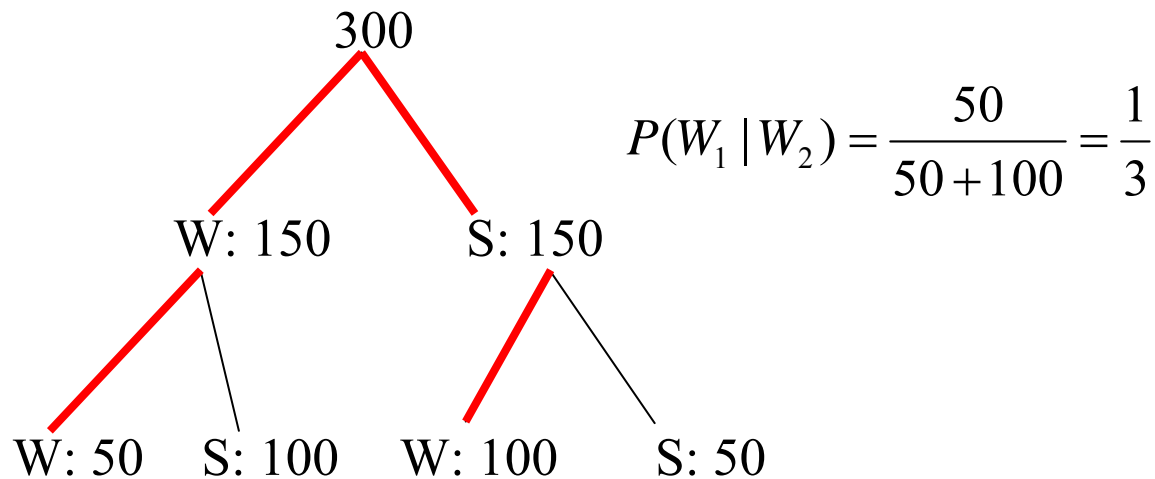


Reflexion f: Fehlvorstellungen

1) In einer Urne sind zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im zweiten Zug eine weiße Kugel gezogen wird, wenn der erste Zug weiß war?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im ersten Zug eine weiße Kugel gezogen wurde, wenn der zweite Zug weiß ist?



Kahneman (2011)

Bea (1995)

Scholz (1987)



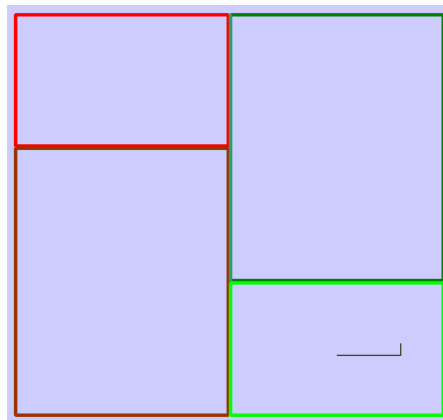


Reflexion f: Fehlvorstellungen

1) In einer Urne sind zwei weiße und zwei schwarze Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im zweiten Zug eine weiße Kugel gezogen wird, wenn der erste Zug weiß war?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass im ersten Zug eine weiße Kugel gezogen wurde, wenn der zweite Zug weiß ist?



$$P(W_1 | W_2) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$$

Kahneman (2011)

Bea (1995)

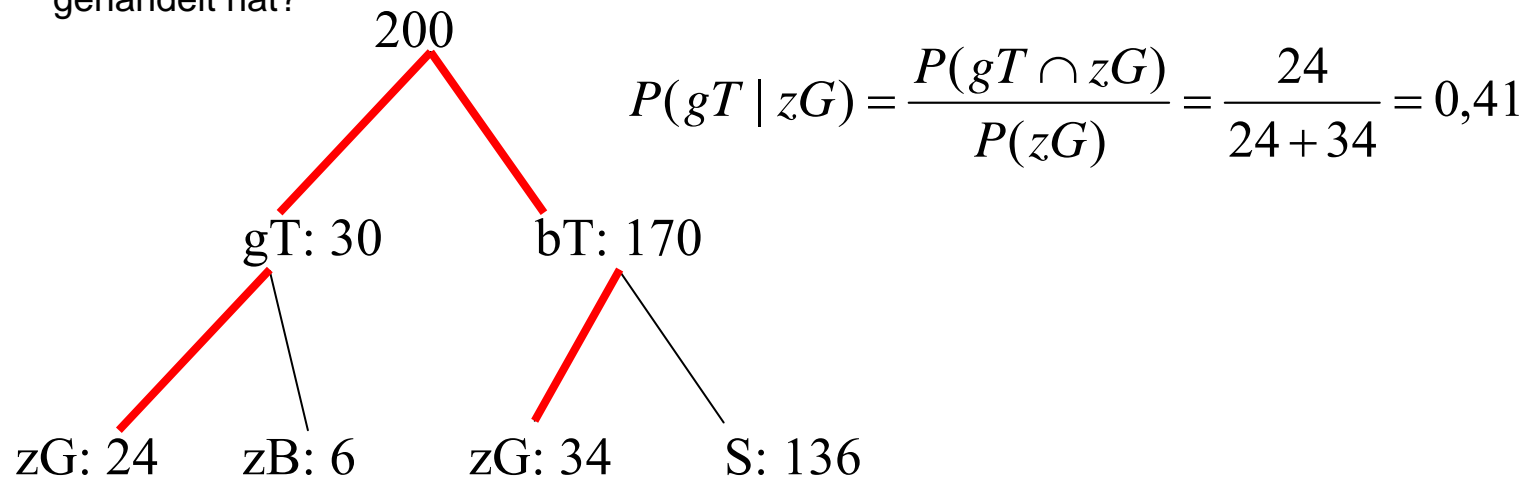
Scholz (1987)





Reflexion f: Fehlvorstellungen

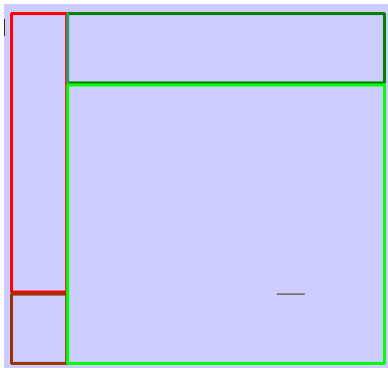
2) Ein Taxi war an einem nächtlichen Verkehrsunfall mit Fahrerflucht beteiligt. In der Stadt, in der der Unfall passierte, gibt es zwei Taxiunternehmen: eines mit blauen und eines mit grünen Fahrzeugen. Es ist bekannt, dass 85% der Taxis blau und 15 % grün sind. Ein Unfallzeuge sagt aus, das Taxi sei grün gewesen. Das Gericht lässt die Fähigkeit des Zeugen untersuchen, die Farben unter vergleichbaren Sichtverhältnissen richtig zu erkennen. In einer Versuchsreihe, bei der die Taxis jeweils zur Hälfte grün bzw. blau sind, macht der Zeuge bei jeder Farbe in 80% der Fälle richtige Bestimmungen und irrt sich bei jeder Farbe in 20% der Fälle. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei dem Unfall um ein grünes Taxi gehandelt hat?





Reflexion f: Fehlvorstellungen

2) Ein Taxi war an einem nächtlichen Verkehrsunfall mit Fahrerflucht beteiligt. In der Stadt, in der der Unfall passierte, gibt es zwei Taxiunternehmen: eines mit blauen und eines mit grünen Fahrzeugen. Es ist bekannt, dass 85% der Taxis blau und 15 % grün sind. Ein Unfallzeuge sagt aus, das Taxi sei grün gewesen. Das Gericht lässt die Fähigkeit des Zeugen untersuchen, die Farben unter vergleichbaren Sichtverhältnissen richtig zu erkennen. In einer Versuchsreihe, bei der die Taxis jeweils zur Hälfte grün bzw. blau sind, macht der Zeuge bei jeder Farbe in 80% der Fälle richtige Bestimmungen und irrt sich bei jeder Farbe in 20% der Fälle. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei dem Unfall um ein grünes Taxi gehandelt hat?



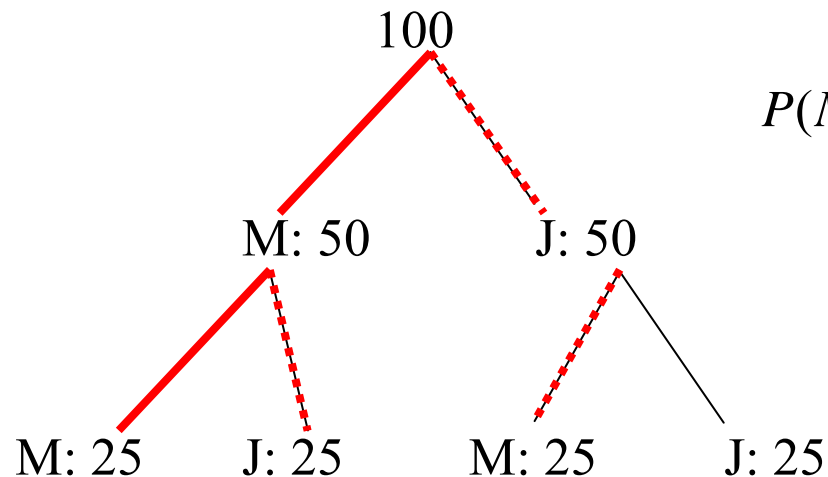
$$\begin{aligned} P(gT | zG) &= \frac{P(gT) \cdot P(zG | gT)}{P(gT) \cdot P(zG | gT) + P(bT) \cdot P(zG | bT)} \\ &= \frac{0,15 \cdot 0,8}{0,15 \cdot 0,8 + 0,85 \cdot 0,2} = 0,41 \end{aligned}$$





Reflexion f: Fehlvorstellungen

1) Von einer Familie wissen Sie, dass sie zwei Kinder hat. Ihre Frage, ob unter den Kindern (mindestens) ein Mädchen ist, wird von den Eltern bejaht. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder Mädchen sind? (Die Wahrscheinlichkeit für eine Mädchengeburt sei 50%)



$$P(M | M) = \frac{25}{25 + 25 + 25} = \frac{1}{3}$$





Reflexion f: Fehlvorstellungen

4) An einer repräsentativen Stichprobe von Männern aller Alters- und Berufsgruppen aus Baden-Württemberg wurden Daten über den Gesundheitszustand ermittelt. Herr F., der an dieser Untersuchung teilnahm, wurde zufällig aus der Liste der Teilnehmer ausgewählt.

Welches der beiden folgenden Ereignisse ist wahrscheinlicher?

Herr F. hatte einen oder mehrere Herzinfarkte.

Herr F. hatte einen oder mehrere Herzinfarkte und ist älter als 55 Jahre.

Beide Ereignisse sind gleichwahrscheinlich.

$$P(H \cap 55) \leq P(H)$$



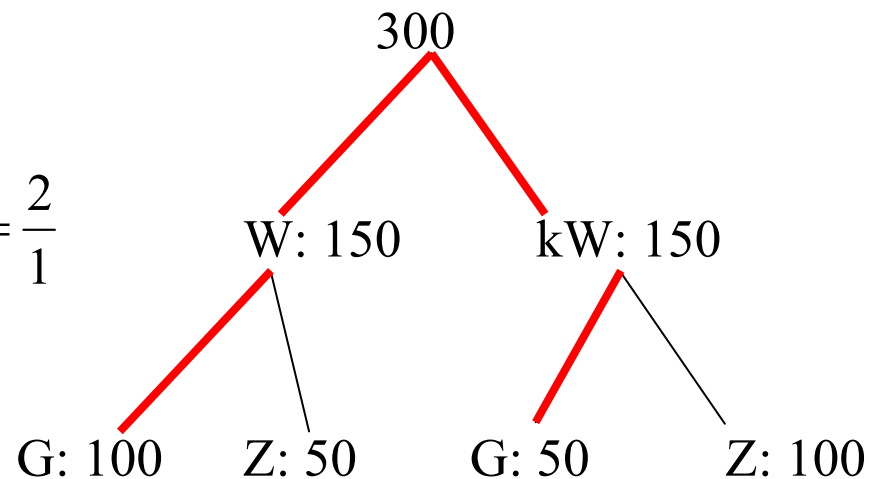


Reflexion f: Fehlvorstellungen

5) In einer Spielshow besteht die letzte Runde darin, dass der Endteilnehmer eine von drei Türen wählen kann. Hinter einer Tür ist der Hauptgewinn (ein Auto), hinter zwei anderen eine Niete (der Zorg). Nachdem der Teilnehmer eine Tür gewählt hat, öffnet der Showmaster die eine der beiden nicht gewählten Türen und zwar die, hinter der sich eine Niete befindet. Er fragt den Teilnehmer, ob er nun noch einmal die Tür wechseln möchte (und zwar zu der noch verschlossenen) oder ob er stehen bleiben möchte.

Wie soll der Teilnehmer entscheiden?

$$\frac{P(G|W)}{P(G|nW)} = \frac{100}{50} = \frac{2}{1}$$





„Daten und Zufall“, Klagenfurt, 10-11.02.2012

Datenanalyse – Elementarisierung



Sie erhalten einen kleinen Datensatz zu den Merkmalen Entfernung (zur Hochschule) und Zeit (zur Hochschule), die in einer Umfrage mit Studierenden erhoben wurden (Eichler & Vogel, 2011). Zusätzlich erhalten Sie den Gesamtdatensatz zu den Eigenschaften der Studierenden.

Arbeitsvorschlag für Sie:

- Modellieren Sie den Zusammenhang der beiden Merkmale Entfernung und Zeit (Zeit: 45 min).
 - Suchen Sie ein möglichst einfaches Modell.
 - Versuchen Sie Ihr Modell schrittweise zu optimieren.
 - Beurteilen Sie die Güte Ihres Modells.
- Suchen Sie nach anderen Zusammenhängen im Gesamtdatensatz.
- Reflektieren Sie das Beispiel zum Identifizieren von Zusammenhängen zweier Merkmale bezogen auf die Aspekte auf dem entsprechenden Arbeitsblatt (Zeit: 15 min).

Andreas Eichler, **IMBF**, PH Freiburg

<http://www.lehre.datenundzufall.de/>

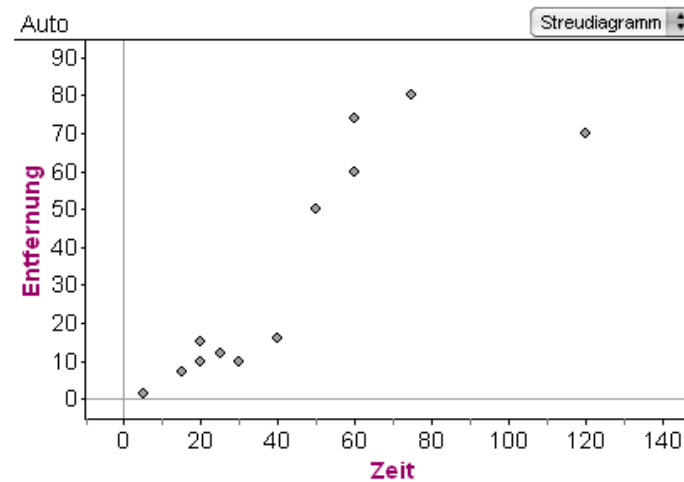




Gibt es einen Zusammenhang zwischen Zeit und Entfernung?

Der Standardweg

1. Punktwolke/Daten



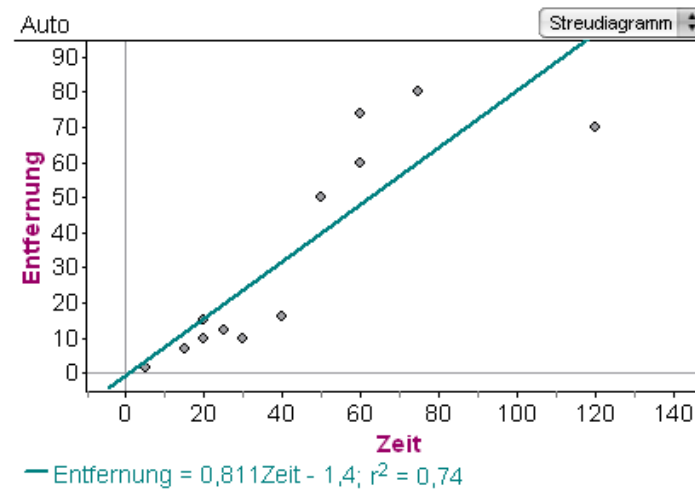


Gibt es einen Zusammenhang zwischen Zeit und Entfernung?

Der Standardweg

2. Regressionsgerade

(Methode der kleinsten Quadrate)



$$y = \frac{s_{XY}}{s_X^2} x + \bar{y} - \frac{s_{XY}}{s_X^2} \bar{x}$$



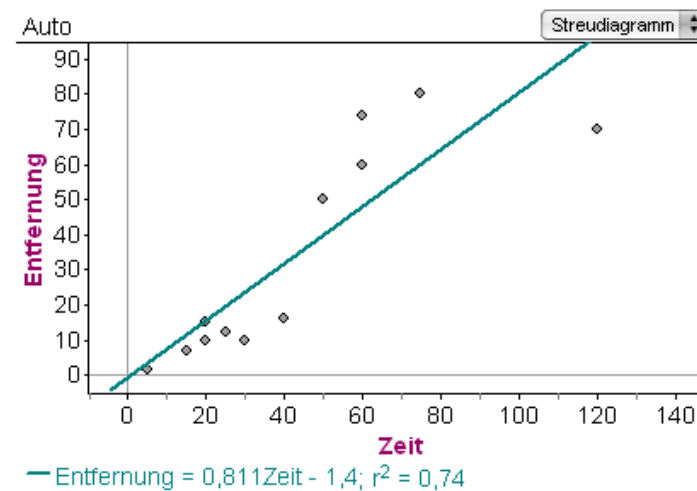


Gibt es einen Zusammenhang zwischen Zeit und Entfernung?

Der Standardweg

3. Korrelation

(Bravais und Pearson)



$$r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{x}_i \hat{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{(x - x_i)}{s_X} \cdot \frac{(y - y_i)}{s_Y} = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y}$$

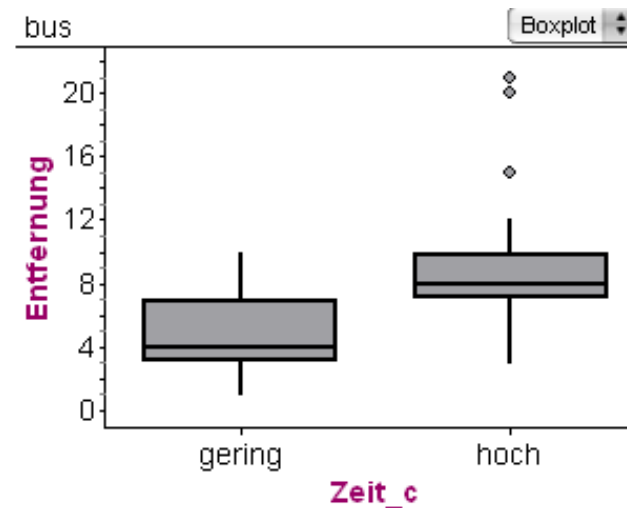




Gibt es einen Zusammenhang zwischen Zeit und Entfernung?

Eine Alternative

1. Clusterung



Informeller Verteilungsvergleich

Frage beantwortet.

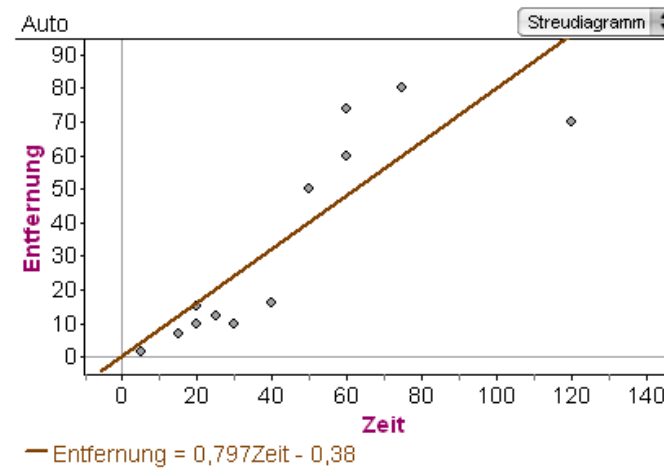




Gibt es einen Zusammenhang zwischen Zeit und Entfernung?

Eine Alternative

2. Gerade nach Augenmaß



Einfaches Modell, gleiche Interpretation

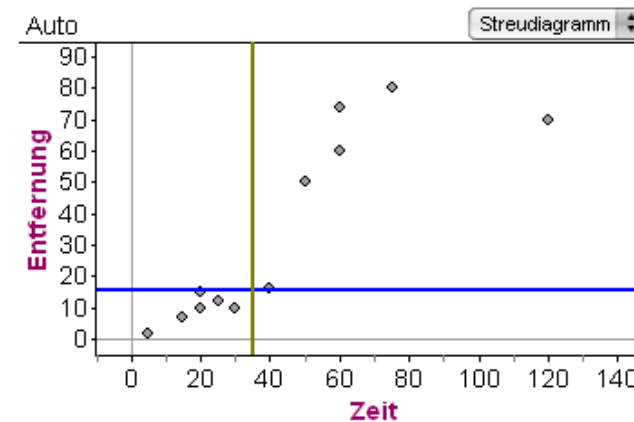




Gibt es einen Zusammenhang zwischen Zeit und Entfernung?

Eine Alternative

3. Elementare Korrelation



Einfaches Modell, gleiche Interpretation





Elementarisierung

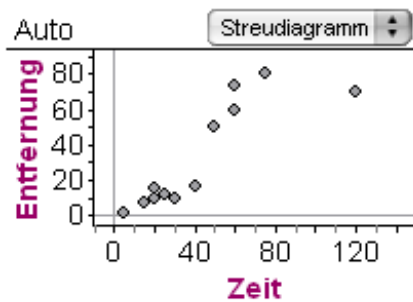
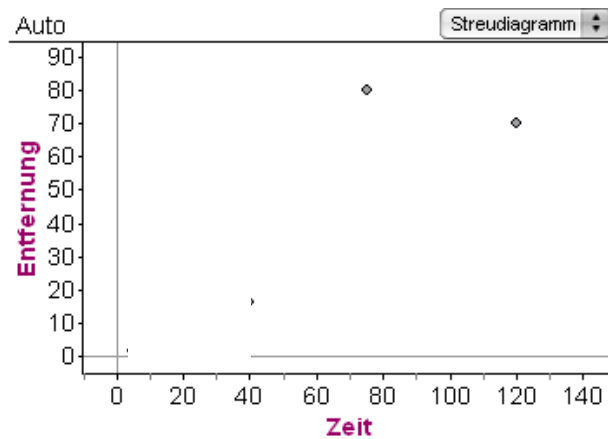
- Versuch, an den Fragen orientiert zu bleiben.
- Spätere Systematisierung
- Verwendung des Rechners
- Visualisierung, bzw. visuell gestützte Datenanalyse



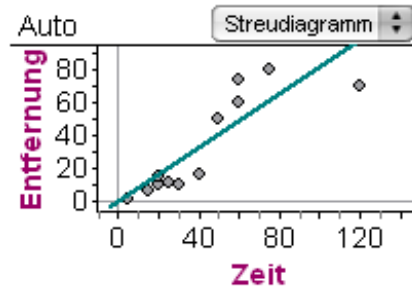


Reflexion c: Stat. Denken

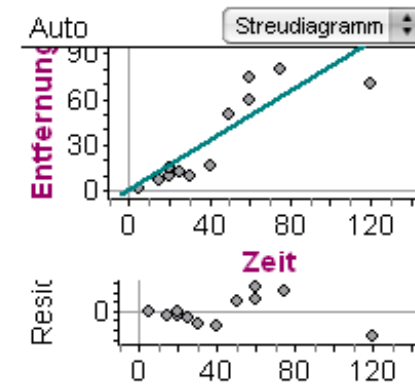
- Variabilität
- Muster
- Daten = Muster + Residuen



=



+

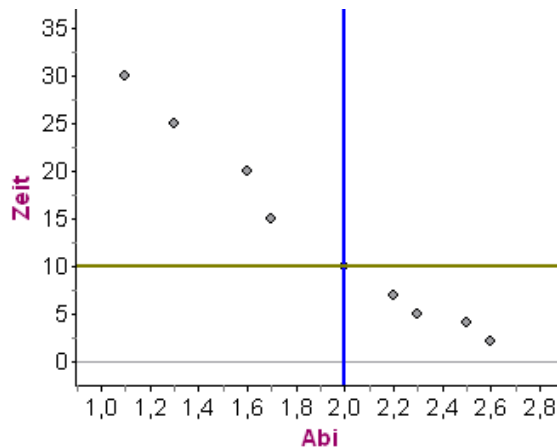




Aufgabe 2: Aus der Erhebung von Studierenden an der PH Freiburg sind folgende Daten zu den Merkmalen Abi und Zeit (zur Hochschule) entnommen worden:

Abiturnote (X)	1,1	1,3	1,6	1,7	2,0	2,2	2,3	2,5	2,6
Zeit in min (Y)	30	25	20	15	10	7	5	4	2

- Ermitteln Sie einen Korrelationskoeffizienten zum linearen Zusammenhang der beiden Merkmale.
- Ermitteln Sie eine Anpassungsgerade.
- Interpretieren Sie den Wert des Korrelationskoeffizienten mathematisch und im Sachkontext. Interpretieren Sie auch die Gleichung der Anpassungsgeraden.



Kollektion 1

Werte	
	-0,88888889
	-0,98480775
	-0,98849804

$$S1 = \frac{0,5 - 8,5}{9}$$

$$S2 = \sin\left(\left(\frac{0,5}{9} - 0,5\right)\pi\right)$$

$$S3 = \text{Korrelation (Abi; Zeit)}$$

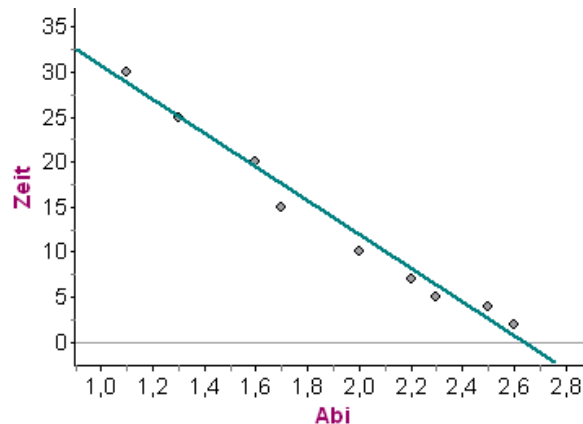




Aufgabe 2: Aus der Erhebung von Studierenden an der PH Freiburg sind folgende Daten zu den Merkmalen Abi und Zeit (zur Hochschule) entnommen worden:

Abiturnote (X)	1,1	1,3	1,6	1,7	2,0	2,2	2,3	2,5	2,6
Zeit in min (Y)	30	25	20	15	10	7	5	4	2

- Ermitteln Sie einen Korrelationskoeffizienten zum linearen Zusammenhang der beiden Merkmale.
- Ermitteln Sie eine Anpassungsgerade.
- Interpretieren Sie den Wert des Korrelationskoeffizienten mathematisch und im Sachkontext. Interpretieren Sie auch die Gleichung der Anpassungsgeraden.



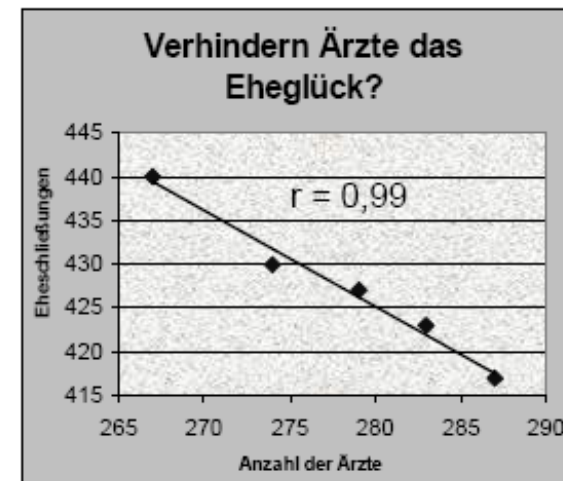
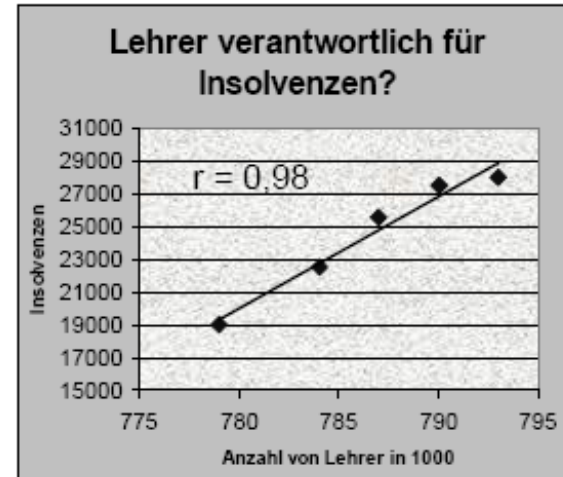
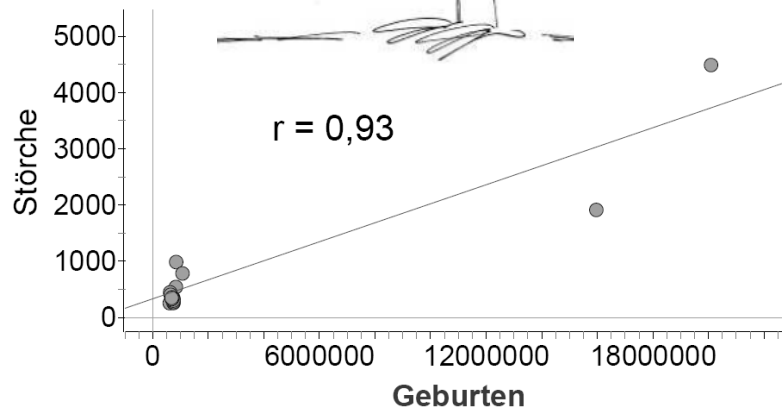
Regressionsgerade:

$$y = -18,7 x + 49$$





Mathematische Korrelationen können sich im Sachkontext als Scheinkorrelationen erweisen!





„Daten und Zufall“, Klagenfurt, 10-11.02.2012

Ärzteprotest



Gegeben ist ein Artikel aus der ZEITonline. Die dort getätigten Aussagen basieren auf dem gleichen Datensatz zum Einkommen niedergelassener Ärzte. Wie ist das möglich?

„Klagen nicht nachvollziehbar“
 Ein Drittel aller Praxen kämpft ums Überleben, klagen die Ärzte. Niedergelassenen Mediziner gibt es gut, sagt dagegen der SPD-Gesundheitsexperte Lauterbach. Es gebe keinen Grund für die Politik, etwas zu ändern. Karl Lauterbach, sozialdemokratischer Gesundheitsfachmann und Berater von Bundesgesundheitsministerin Ulla Schmidt, hat die Proteste der niedergelassenen Ärzte scharf kritisiert. „Ich finde das traurig. Die Ärzte, die bei der Qualität im europäischen Vergleich nur durchschnittliche Ergebnisse vorweisen können, streiken nur, wenn es um ihr eigenes Einkommen geht“, sagte Lauterbach zu ZEIT online.
 Ärzteschünde hatten beklagt, rund 30.000 Praxen rüsteten mit einem Nettosinkommen von 1.600 bis 2.000 Euro im Monat auskommen. Die Kassärztliche Bundesvereinigung (KBV) rechnet für 2006 mit 125 Praxiseinzelverträgen, mehr als jemals zuvor.
Zeit online, 17.1.2006

Lauterbach sagte dazu, in keiner anderen freiberuflichen Tätigkeit gebe es so wenig Insolvenzen wie bei niedergelassenen Ärzten, und die Durchschnittseinkommen seien gut. „Wenn jeder dieser Ärzte das Fortgohalt eines Universitätsprofessors bekäme, käme es die gesellschaftlichen Krankenkassen immer noch billiger.“
 Schon heute verdiene ein niedergelassener Allgemeinmediziner in Westdeutschland nach Abzug aller Betriebskosten rund 82.000 Euro im Jahr alleine mit der Behandlung gesetzlicher Krankenversicherter.
 Die Ärzteschünde hatten ihre Mitglieder dazu aufgerufen, in dieser Woche ihre Praxen geschlossen zu halten. An diesem Mittwoch sollen 5000 von ihnen zu einer zentralen Demonstration an das Brandenburger Tor kommen. Gleichzeitig könnten 50.000 Praxen am Mittwoch geschlossen bleiben, hofft die KBV.

Die Verteilung der Einkommen ist auf der folgenden Seite dargestellt.

Bearbeiten Sie ggfs. die Aufgaben auf der dritten Seite und bearbeiten Sie die Ihnen bekannten Aspekte der Reflexion (45 min).

Andreas Eichler, **IMBF**, PH Freiburg
<http://www.leibnizdatenundzufall.de/>





Übertragung auf eine fiktive Situation:

Gegeben ist das Gehaltsgefüge in einer fiktiven Firma:

Bezeichnung	Anzahl	Durchschnittsgehalt (€)	Gruppengehalt (€)
Arbeiter	1000	1000	1000000
Arbeiter gehob. Pos.	500	2000	1000000
Arbeitsgruppenleiter	50	5000	250000
Management	10	10000	100000
Firmenbesitzer	1	1000000	1000000
Summe	1561	----	3350000

Argumentiere mit Hilfe von Median und arithmetischem Mittel aus Sicht des Arbeiters und aus der Sicht des Firmenbesitzers, warum das Gehalt nicht ausreichend bzw. angemessen ist!

Argumentiere mit Hilfe von Median und arithmetischem Mittel aus Sicht der Gewerkschaft und des Arbeitgeberverbandes, warum das Gehalt des Arbeiters nicht ausreichend bzw. angemessen ist!





Übertragung auf eine fiktive Situation:

Gegeben ist das Gehaltsgefüge in einer fiktiven Firma:

Bezeichnung	Anzahl	Durchschnittsgehalt (€)	Gruppengehalt (€)
Arbeiter	1000	1000	1000000
Arbeiter gehob. Pos.	500	2000	1000000
Arbeitsgruppenleiter	50	5000	250000
Management	10	10000	100000
Firmenbesitzer	1	1000000	1000000
Summe	1561	----	3350000

Arbeiter: Im Mittel verdient man hier 2150 Euro. Ich möchte auch mehr.

Firmenbesitzer: Mehr als 50% in diesem Betrieb verdienen auch nicht mehr als Du, also was willst Du? (Median)

Gewerkschaft: Über 50% in diesem Betrieb müssen mit kärglichen 1000 Euro pro Monat auskommen. Das ist zu wenig! (Median)

Arbeitgeberverband: Das Gehaltsniveau in diesem Betrieb ist mit 28.000 Euro im Jahr doch sogar besser als in manch anderen Firmen!





Aufgabe:
Bildet Euch eine eigene Meinung darüber, ob die niedergelassenen Ärzte zu viel oder zuwenig verdienen.

„Klagen nicht nachvollziehbar“
Ein Drittel aller Praxen kämpft ums Überleben, klagen die Ärzte. Niedergelassenen Medizinern gehe es gut, sagt dagegen der SPD-Gesundheitsexperte Lauterbach. Es gebe keinen Grund für die Politik, etwas zu ändern. Karl Lauterbach, sozialdemokratischer Gesundheitsfachmann und Berater von Bundesgesundheitsministerin Ulla Schmidt, hat die Proteste der niedergelassenen Ärzte scharf kritisiert. „Ich finde das traurig. Die Ärzte, die bei der Qualität im europäischen Vergleich nur durchschnittli-

Ärztevertreter hatten beklagt, rund 30.000 Praxen [von rund 120.000] müssten mit einem Nettoeinkommen von 1600 bis 2000 Euro auskommen

Zeit online, 17.1.2006

Lauterbach sagte dazu, in keiner anderen freiberuflichen Tätigkeit gebe es so wenig Insolvenzen wie bei niederge-

„Wenn jeder der Ärzte das Festgehalt eines Universitätsprofessors bekäme, käme es die gesetzliche Krankenkassen immer noch billiger“

Schon heute verdiene ein niedergelassener Allgemeinarzt in Westdeutschland rund 82.000 Euro im Jahr





„Klagen nicht nachvollziehbar“
Ein Drittel aller Praxen kämpft ums Überleben, klagen die Ärzte. Niedergelassenen Medizinern gehe es gut, sagt dagegen der SPD-Gesundheitsexperte Lauterbach. Es gebe keinen Grund für die Politik, etwas zu ändern. Karl Lauterbach, sozialdemokratischer Gesundheitsfachmann und Berater von Bundesgesundheitsministerin Ulla Schmidt, hat die Proteste der niedergelassenen Ärzte scharf kritisiert. „Ich finde das traurig. Die Ärzte, die bei der Qualität im europäischen Vergleich nur durchschnittliche Ergebnisse vorweisen können, strei-

Ärztevertreter hatten beklagt, rund 30.000 Praxen [von rund 120.000] müssten mit einem Nettoeinkommen von 1600 bis 2000 Euro auskommen

„Wenn jeder der Ärzte das Festgehalt eines Universitätsprofessors bekäme, käme es die gesetzliche Krankenkassen immer noch billiger“

Schon heute verdiene ein niedergelassener Allgemeinarzt in Westdeutschland rund 82.000 Euro im Jahr

Gewerkschaft (Ärzte): Über 25% (50%) in diesem Land (Betrieb) müssen mit kärglichen 1600 Euro pro Monat auskommen. Das ist zu wenig!

Arbeitgeberverband (Staat): Das Gehaltsniveau in diesem Staat ist mit 82.000 Euro im Jahr doch sogar besser als in manch anderen Bereichen (Firmen) wie etwa den Universitätsprofessuren!

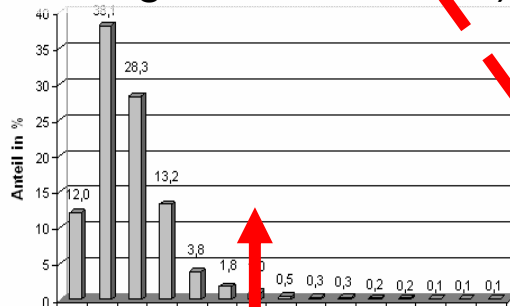




Reflexion b: Modellierung

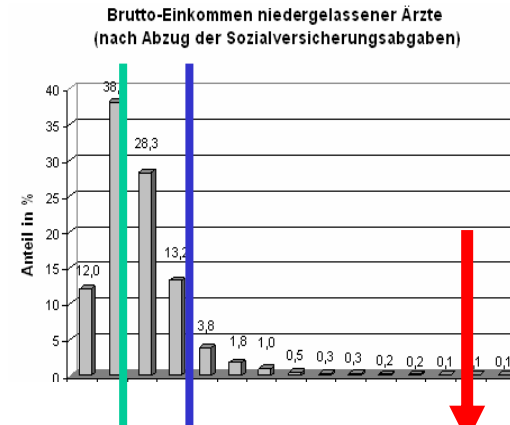
Daten

(der kassenärztlichen Bundesvereinigung zum Verdienst niedergelassener Ärzte)



Ansatz zur Datenanalyse

(Reduktion auf einen charakteristischen Wert: arithmetisches Mittel oder Quartil)



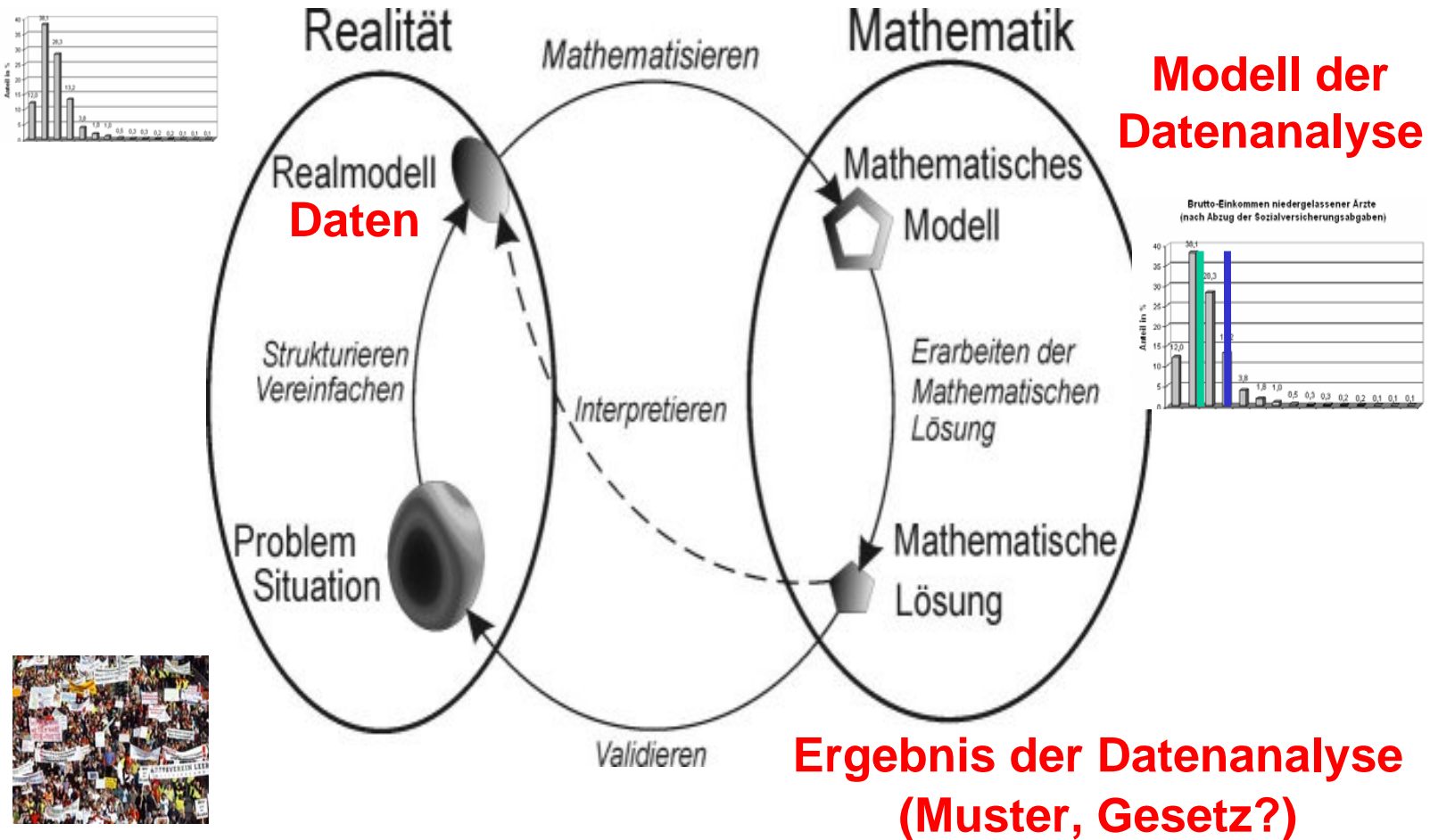
Ergebnis der Datenanalyse

„Ärzte verdienen im Schnitt mehr als Professoren“ (82.000 Euro/Jahr)
 „30000 Praxen mit nur 1.600 – 2000 Euro/Monat)





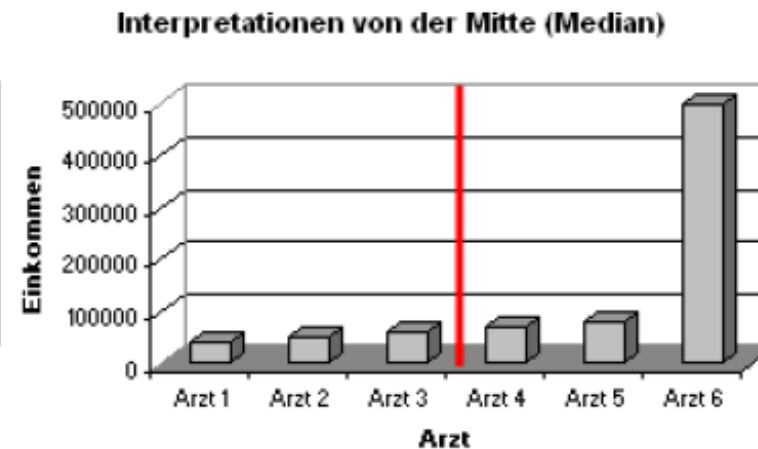
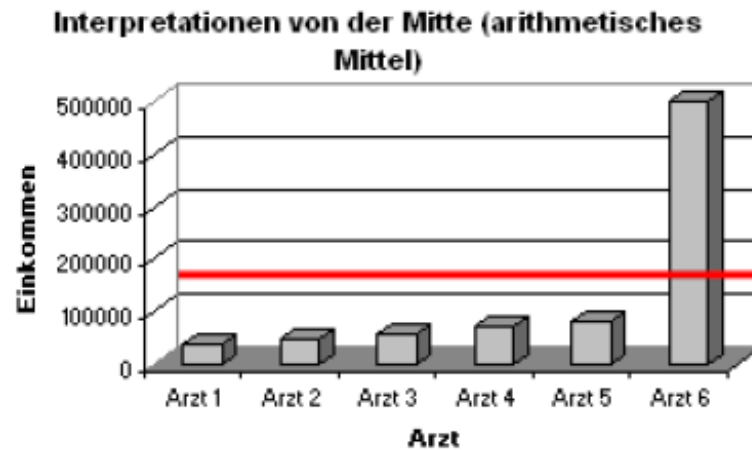
Reflexion b: Modellierung





Reflexion e): Begriffe

- Begriffsbildung: Unterschied Median – arithmetisches Mittel



Daten und Zufall



Gegeben ist das Gehalt von 6 Ärzten:

Arzt	Einkommen in €
1	40 000
2	50 000
3	60 000
4	70 000
5	80 000
6	500 000

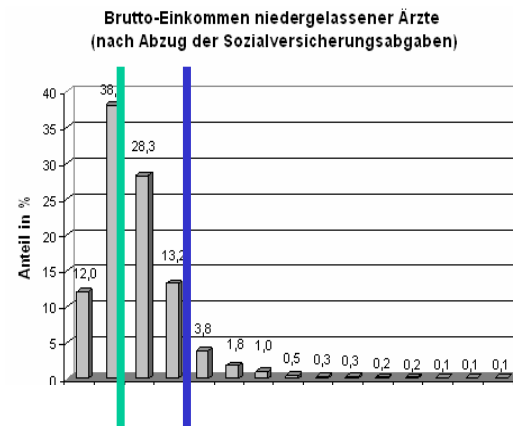
- Bestimmen Sie den Median und das arithmetisches Mittel der Einkommensverteilung!
- Was ändert sich an den beiden Mittelwerten, wenn Sie das Einkommen des 6. Arztes verändern?
- Experimentieren Sie mit der Datei aerzte.xls,





Reflexion e): Begriffe

- Begriffsbildung: Unterschied Median – arithmetisches Mittel
- Begriffsbildung: Schiefe Verteilungen

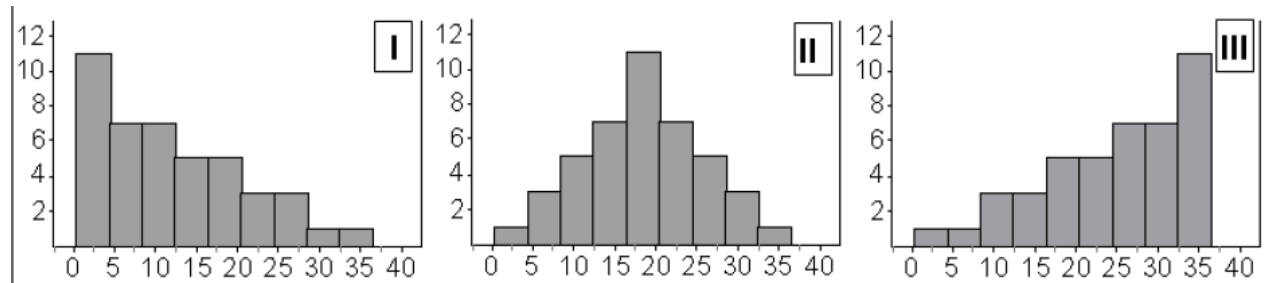


(Ziel: Rekonstruktion öffentlicher Argumentation)





Unterschied Median – arithmetisches Mittel, Verteilungsform



- I. Linkssteil (rechtsschief): $\bar{x} > x_{0,5}$
- II. Symmetrisch: $\bar{x} = x_{0,5}$
- III. Rechtssteil (linksschief): $\bar{x} < x_{0,5}$





Unterschied Median – arithmetisches Mittel, Verteilungsform

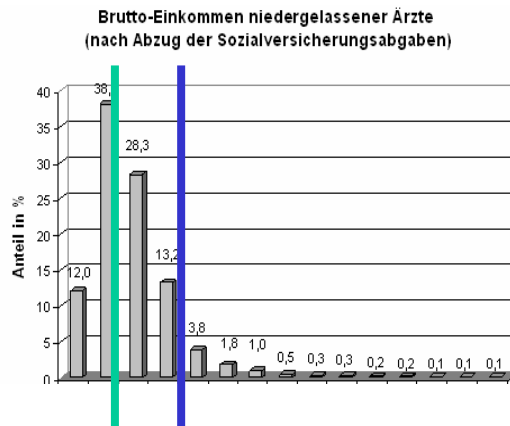
- I. Linkssteil (rechtsschief):
Soziale Daten, Besitz von ...



Ärztevertreter hatten beklagt, rund 30.000 Praxen [von rund 120.000] müssten mit einem Nettoeinkommen von 1600 bis 2000 Euro auskommen

„Wenn jeder der Ärzte das Festgehalt eines Universitätsprofessors bekäme, käme es die gesetzliche Krankenkassen immer noch billiger“

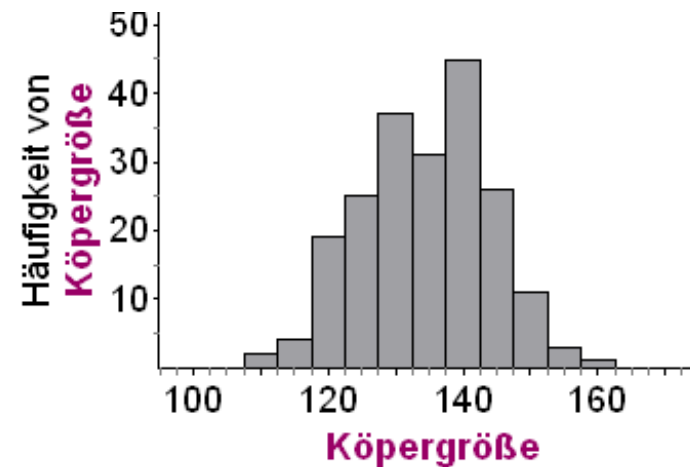
Schon heute verdiene ein niedergelassener Allgemeinarzt in Westdeutschland rund 82.000 Euro im Jahr





Unterschied Median – arithmetisches Mittel, Verteilungsform

- II. Symmetrisch:
Natürliche Daten, Anzahl der Haare, Körpergrößen, ...

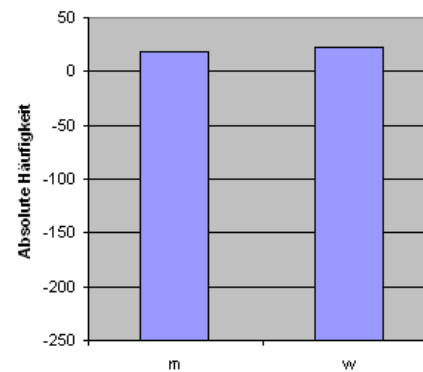
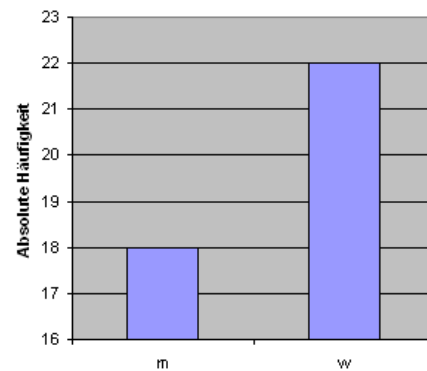
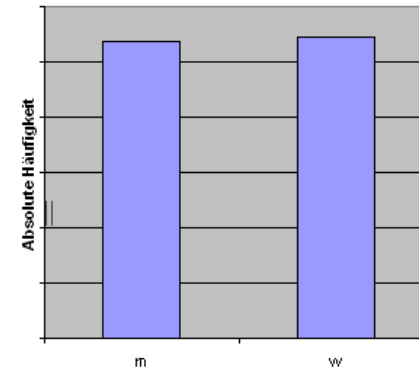
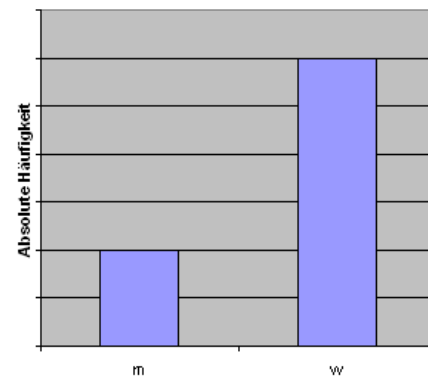


- III. Rechtssteil (linksschief): selten



Der schöne Schein - Manipulationen:

- beide Grafiken basieren auf dem gleichen Datensatz. Was ist passiert?





Der schöne Schein - Manipulationen:

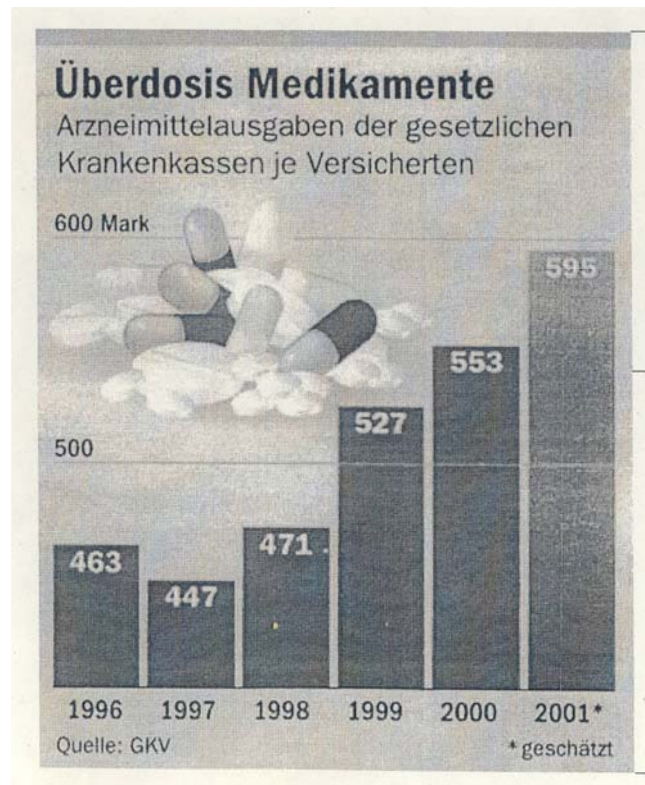


Die Bahn 



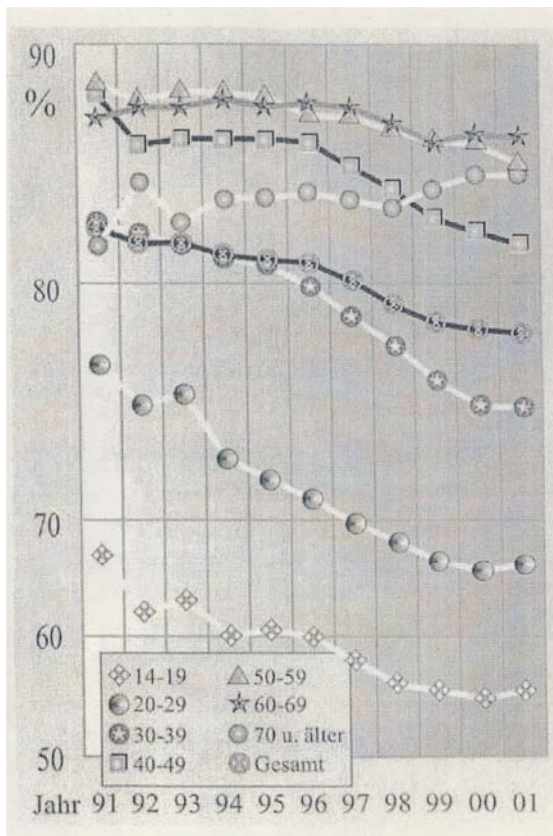


Der schöne Schein - Manipulationen:

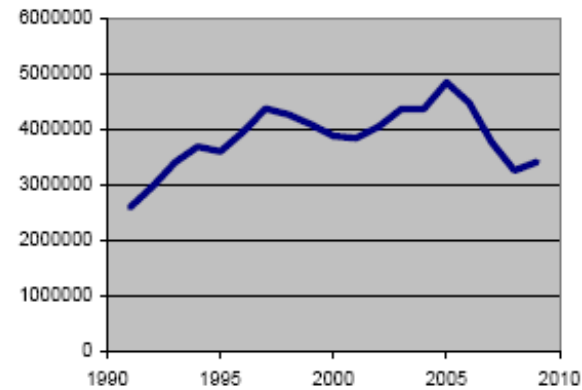




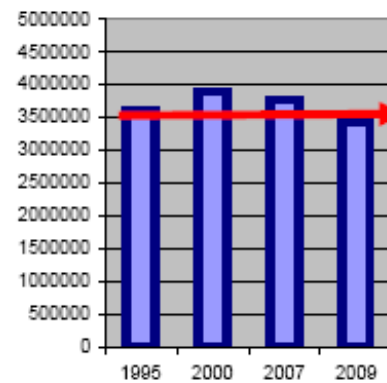
Der schöne Schein - Manipulationen:



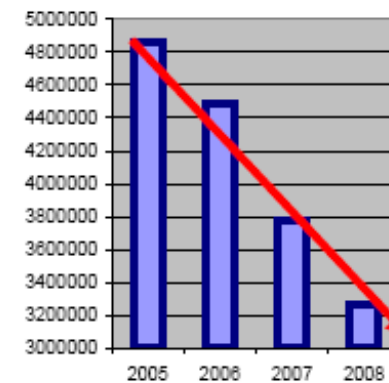
Arbeitslose



Opposition



Regierung





Normaler Würfel:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Schätzung Wahrscheinlichkeit						
Wahrscheinlichkeit						

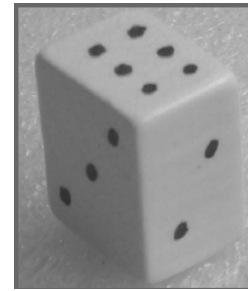
Quaderwürfel:

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Schätzung Wahrscheinlichkeit						
Wahrscheinlichkeit						

- Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit für die Augenzahlen der beiden Würfel
- Versuchen Sie, Ihre Schätzung zu verbessern.



Daten und Zufall

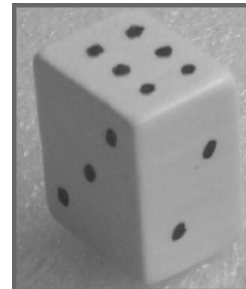


	1	2	3	4	5	6
S1						
S2						

	1	2	3	4	5	6
S1						
S2						

Wie, warum?





Theorie \rightarrow Empirie

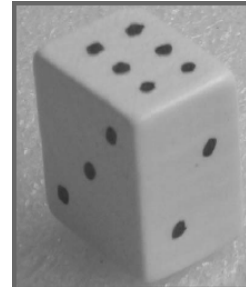
- Symmetrie ergibt die Schätzung
- Wahrscheinlichkeit ist die Prognose zukünftiger relativer Häufigkeiten

Empirie \rightarrow Theorie

- Vielfache Versuche ergeben Schätzung (empirisches Gesetz der großen Zahlen)
- Setzung der Wahrscheinlichkeit ist eine Prognose zukünftiger relativer Häufigkeiten



Daten und Zufall



Relative Häufigkeiten
Blick in die
Vergangenheit
Empirische Welt der
Daten

Jetzt

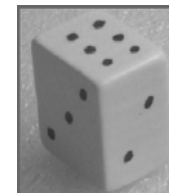
Wahrscheinlichkeiten
Blick in die Zukunft
Modell-Welt des
Zufalls





Mögliche Schrittfolge:

- 1) Laplace-Würfel theoretisch
- 2) Wahrscheinlichkeiten als Vorhersage von Häufigkeiten
- 3) Empirisches Gesetz der großen Zahlen
- 4) Schätzen der Wahrscheinlichkeiten für den Quaderwürfel aus relativen Häufigkeiten



- 1) Variabilität und Muster ist bekannt
- 2) Quaderwürfel als empirischer Zugang
- 3) Laplace-Würfel als Sonderform





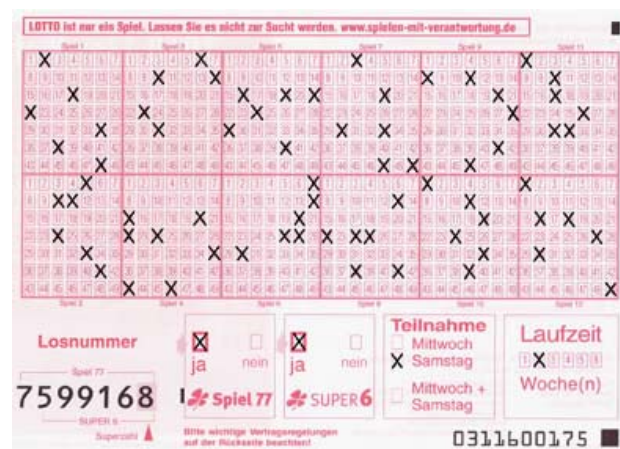
Aufgabe 1: Zufall?

Vorgang/Situation	ja	nein
1. Man erhält einen 'Fünfer' im Lotto.		
2. Am 12.02.2012 wird es regnen/schneien.		
3. In einer Spielbank erscheint nach einer Serie von 30 Roulette-Runden mit der Farbe Rot die Farbe Schwarz.		
4. Ein in die Luft geworfener Stein fällt zu Boden.		
5. Fährt man nach dieser Veranstaltung mit dem PKW Richtung Innenstadt, so zeigt die nächste Ampel rot.		



Zahlennarren mit Narrenzahlen

Wie man im Lotto gewinnt oder warum auch der Hauptgewinn unglücklich macht – Absurdes, Wahres und Unwahres aus der Welt des Glücksspiels



Daten und Zufall



<http://www.6richtige.at/Default.htm>

Lotto

Österreichisches Lotto

Lotto Allgemein • [Spielbedingungen](#)
 • [Tippregele](#)
 • [Diverses](#)

Lotto Statistiken • [Aktuelle Lottozahlen](#)
 • [Lotto Statistiken 2011](#)
 • [Lotto Statistiken 2010](#)
 • [Lotto Statistiken 2009](#)
 • [Erstaunliches](#)

Lotto Systeme • [Spielsysteme](#)

Lotto News & Aktuelles

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42
43	44	45			



6 Richtige

Die Lotto Software

Allgemein • [Vorwort / Info](#)
 • [Übersicht](#)

Rückschau • [Ziehungsdaten](#)
 • [Statistiken](#)
 • [Suchfunktionen](#)

Systeme • [Spielsysteme erstellen](#)
 • [Kürzungsfilter](#)
 • [Spielscheindruck](#)
 • [Gewinnkontrolle](#)
 • [Prognosetrends](#)

<p><u>Aktuelle Lottozahlen</u></p> <p>Unmittelbar nach der Lotto Ziehung finden Sie hier die aktuellen Gewinnzahlen und Lotto Statistiken >></p>	<p><u>Erstaunliches (1)</u></p> <p>Wussten Sie, dass die Lottozahl 15 bisher dreimal häufiger bei <i>Sonne im Stier</i>, als bei <i>Sonne in Löwe</i> gezogen wurde? >></p>		<p><u>Erstaunliches (2)</u></p> <p>Haben Sie gewusst, dass die Kombination der Zahlen "15+40" erst 15-mal kam, die Zahlen "03+43" jedoch bereits 51-mal gemeinsam gezogen wurden? >></p>
	<p><u>Statistiken [Vorjahr]</u></p> <p>Welche Gewinnzahlen kamen am häufigsten? Wann gab es die höchsten Gewinne? Welche Zahlen hätte man besser meiden sollen? Das vergangene Lottojahr in der Übersicht. >></p>	<p><u>Systeme</u></p> <p>Gibt es mathematische Methoden, um dem Lotto-Glück auf die Sprünge zu helfen? Wie kann man die Chance von 1 zu 8 Millionen verbessern und den Einsatz optimieren? >></p>	





Wie gewinnt man im Lotto?

... gar nicht!

Warum?

- 14 Millionen verschiedene Kombinationen von Gewinnzahlen für 6 Richtige
- 140 Millionen verschiedene Kombinationen von Gewinnzahlen für 6 Richtige mit Superzahl





Wie gewinnt man im Lotto? ... gar nicht!

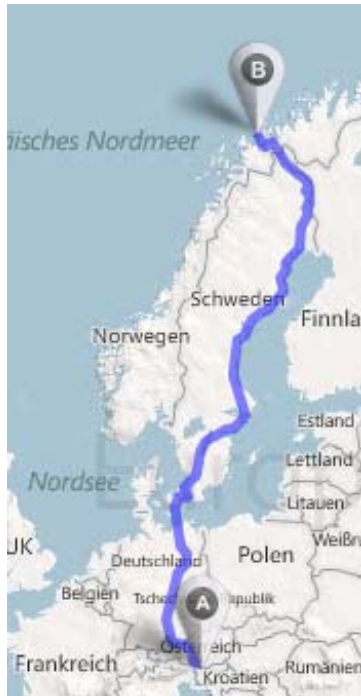


- 14 Millionen Euromünzen ergeben eine Euroschlange von Freiburg nach München
- Erwischen Sie die rot angemalte auf diesem Weg!!!
- Das ist der „Sechser“





Wie gewinnt man im Lotto? ... gar nicht!



- 140 Millionen Euromünzen ergeben eine Euroschlange von Klagenfurt nach Tromsø (Norwegen)
- Erwischen Sie die rot angemalte auf diesem Weg!!!
- Das ist der „Sechser“ mit Superzahl





Wie gewinnt man im Lotto? ... gar nicht!



- Österreich: für den Sechser eine Schlange von Klagenfurt nach Salzburg
- Erwischen Sie die rot angemalte auf diesem Weg!!!
- Das ist der „Sechser“





Wie gewinnt man im Lotto? ... gar nicht!



- Tippen auf eine Gewinnsekunde
- „Sechser“: richtige Sekunde von
jetzt bis zum Ende Juni 2012
- „Sechser“ mit Superzahl: richtige Sekunde von
jetzt bis zum Mitte Juli 2016
- Österreich: **jetzt bis Mitte April**





Wie gewinnt man vielleicht doch im Lotto?

Ihre Sterne in der Zeit vom 22.06.10 bis 29.06.10

Bitte geben Sie Ihr Geburtsdatum ein um sich Ihre persönlichen Glückszahlen anzeigen zu lassen.

21 ▾ November ▾ 1968 ▾

Glückszahlen zeigen



Skorpion (23.10.-21.11.)

mutig, ehrgeizig, entschlossen, wandlungsfähig

Bei den Skorpionen sollte derzeit alles von ganz alleine laufen. Sie haben in den letzten Monaten viel in Gang gesetzt, und jetzt ist die Zeit, in der die Fäden zusammenlaufen und sich Ihr Einsatz bezahlt macht. Was Ihnen nicht leicht von der Hand geht, sollten Sie besser gleich ganz lassen. Sie haben auch später weder Freude noch einen Gewinn daraus. Neue Kontakte, die Sie jetzt knüpfen, werden im Laufe der Zeit zu guten Freundschaften.

Ihr Lotto-Glückszahlen:

13 14 28 29 37 49

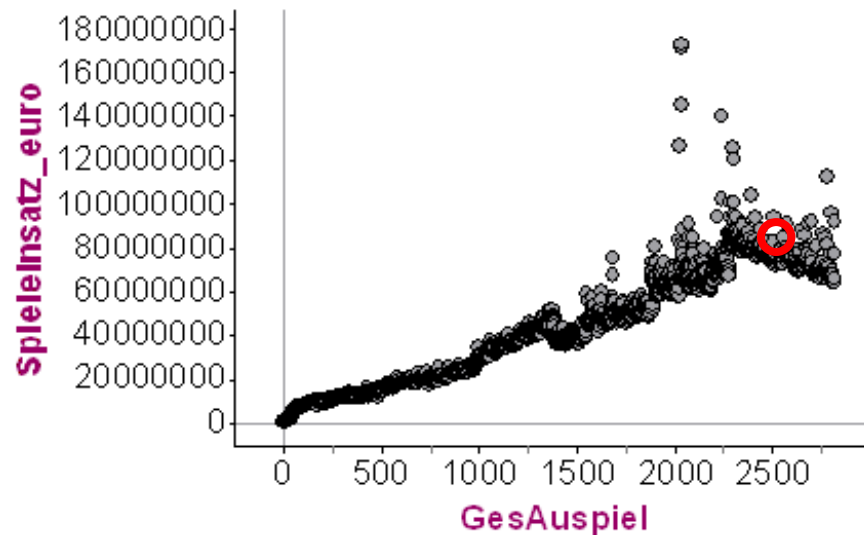
Jetzt tippen





Gewinnt denn niemand im Lotto?

... doch, der Staat. Bei jeder Ausspielung 50 % der Einzahlungen!



Z.B. Samstag, 8.12.2001:

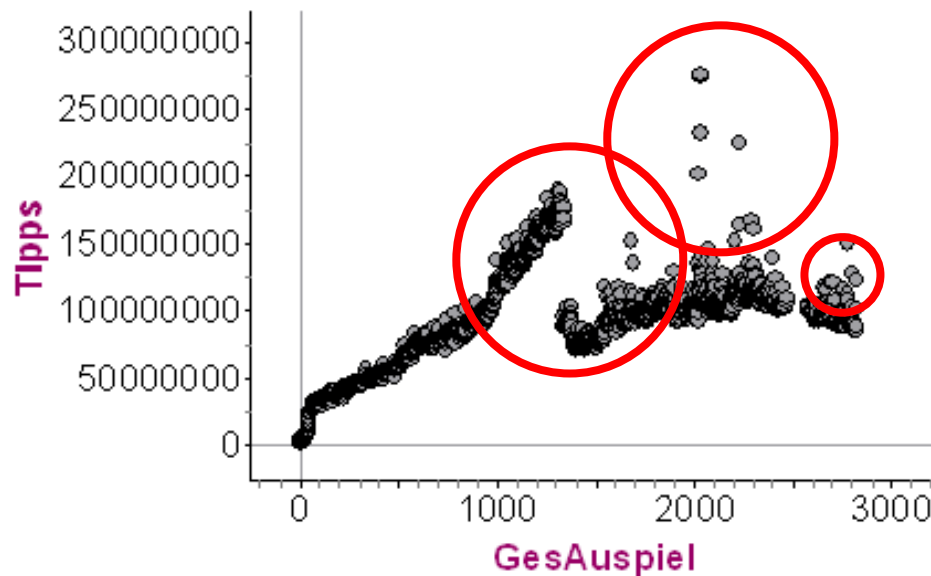
- 80.717.568 Euro Einsatz
- Gewinn des Staats: ca. 40.000.000 Euro
- bei ca. 110.000.000 Tipps





Gewinnt denn niemand im Lotto?

Anzahl der Tipps (a 0,75€)



Z.B. 29.05.2004:

- ca. 110.000.000 Tipps
- Darum gewinnt doch jemand!





Wie gewinnt man vielleicht doch im Lotto?

Mein ganz spezieller Lotto-Tipp:

Es ist doch altbekannt, dass immer nur die Zahlen kommen, die man nicht angekreuzt hat, oder?

Also ist es doch auch nur logisch, wenn man auf einem ersten Lottoschein 4 3 Zahlen ankreuzt und die 6 Zahlen die übrig geblieben sind auf einen, zweiten, neuen, freien Schein überträgt!





Wie gewinnt man vielleicht doch im Lotto?



lottovorhersage

Vorhersage der #Lottozahlen fuer
#Samstag 26.06.10 - 23, 33, 35, 36,
44, 48 - Ohne Gewaehr

10:07 PM Jun 24th via API

25, 33, 39, 41, 48, 49

2 Treffer, 0 Euro

Name Hella Seherin
Ort Bielefeld
Web <http://gagada.wor...>
Biografie Jahrelanges Training mit der Kristallkugel hat die Küglein beherrschbar gemacht
Following 9
Tweets 99
Favoriten
Following

Was wäre, wenn das gestimmt hätte und der richtige Tipp damit öffentlich gewesen wäre?





Was, wenn man im Lotto gewinnt?



Der „gute“ Jubel zum Alleingewinn



Der „schlechte“ Jubel im Rudel

10 % der Gewinnausschüttung für Sechser mit Superzahl: ca. 4 Mio. €

8 % der Gewinnausschüttung für den Sechser: ca. 3,2 Mio €

(egal wie viele gewinnen!)





Narrenzahlen im Lotto

X	X	X	X	X	X	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

X	2	3	4	5	6	7
8	X	10	11	12	13	14
15	16	X	18	19	20	21
22	23	24	X	26	27	28
29	30	31	32	X	34	35
36	37	38	39	40	X	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	X	31	32	X	34	35
36	X	X	X	X	41	42
43	44	45	46	47	48	49

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	X	X	X	19	20	21
22	23	X	25	26	27	28
29	30	X	32	33	34	35
36	37	X	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

- Geburtstagszahlen
- Die Gewinnzahlen vergangener Wochenenden („magisch“)
- Die Gewinnzahlen aus den Niederlanden (auch magisch)
- Jedes (!) Muster





Narrenzahlen im Lotto

1	2	3	4	X	6	7
8	9	10	11	12	13	X
15	16	17	18	19	20	21
22	X	24	25	26	27	28
29	30	31	X	33	34	35
36	37	38	39	40	X	42
43	44	45	46	47	X	49

03.05.2003

**16 Sechser
(mit SZ)**

117 Sechser

(27.000 €)

1	2	3	4	5	6	7
8	X	10	11	12	X	14
15	16	17	18	19	20	21
22	X	24	25	26	X	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	X	39	X	41	42
43	44	45	46	47	48	49

04.10.1997

**10 Sechser
(mit SZ)**

124 Sechser

(53.000 €)

1	2	X	4	5	6	7
8	9	10	11	12	X	14
15	16	17	18	19	20	21
22	X	24	25	26	27	28
29	30	31	32	X	34	35
36	37	X	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	X

26.11.2011

**9 Sechser
(mit SZ)**

69 Sechser

(30.000 €)

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	X	X	X	27	28
29	X	X	X	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

23.01.1988

222 Sechser

(42.000 €)





Narrenzahlen im Lotto

1	2	3	X	5	X	7
8	9	10	11	X	13	14
15	16	17	X	19	20	21
22	23	X	25	26	27	28
29	X	31	32	33	34	35
X	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

15.02.2003

11 Sechser
(mit)

69 Sechser
(45.000 €)

25141 Fünfer
mit ZZ; 201 €

Der Lotto-Super-Gau

Was wäre, wenn statt der 4 die 36 als reguläre Zahl erschienen wäre?

- ca. 2500 Sechser mit Superzahl und einer Quote von ca. 2150 Euro
- ca. 22.500 Sechser ohne Superzahl und einer Quote von ca. 140 Euro





Rationalität im Lotto



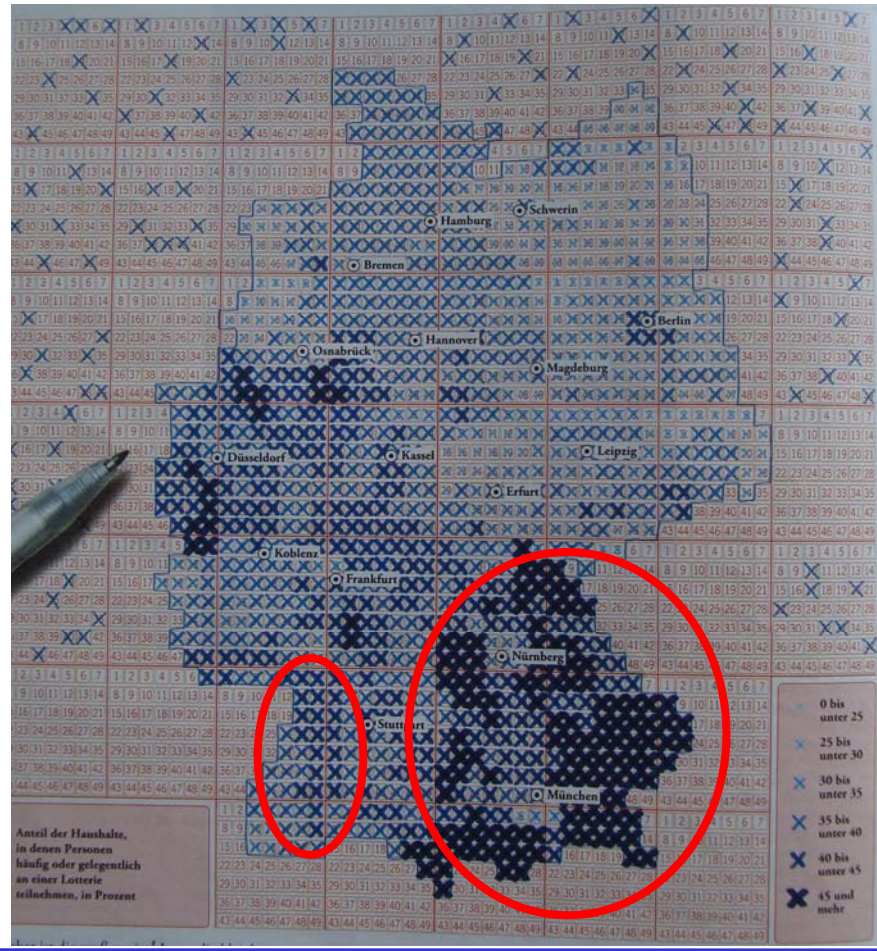
Heiningen bei Wolfenbüttel (Niedersachsen)

- 14er-Systemtipp zur Sanierung (!) der Ortsfinanzen
- Anzahl der Tipps: 3003
- Kosten: 2252,25 €
- Ausbeute: 2 Zweier, 0 €





Und wer gewinnt nun?



Daten und Zufall

