



**Reale Phänomene sammeln,
mathematisch beschreiben und
beurteilen**

—
ein Thema für die gesamte Schulzeit




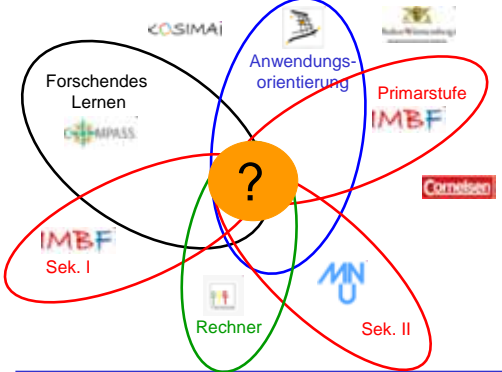
Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011

Reale Phänomene 



Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011

Reale Phänomene 




Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011


Reale Phänomene  **Gliederung**

Reale Phänomene


1.		sammeln beschreiben beurteilen	GS Sek. I Sek. II	
2.		sammeln beschreiben beurteilen	GS Sek. I Sek. II	
3.		sammeln beschreiben beurteilen	GS Sek. I Sek. II	
4.	Resumee, Ausblick			

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011




Reale Phänomene 



Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011

Reale Phänomene  **Gliederung**

Reale Phänomene

1.		sammeln beschreiben beurteilen
2.		sammeln beschreiben beurteilen
3.		sammeln beschreiben beurteilen
4.	Resumee, Ausblick	

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011

Reale Phänomene  GS  






1. Schritt (Sammeln)
Wie?
Wie viele?
Warum?


Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln

Eichler & Vogel (2009)

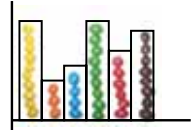


Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS  





Beschreiben:
grafisch (qualitativ)



Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln

Eichler & Vogel (2009)



Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS  



Beschreiben:
Ordnen, Klassifizieren,
Zuordnen






Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln

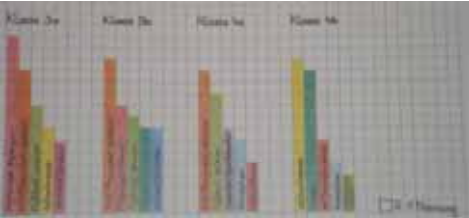
Eichler & Vogel (2009)




Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. I  

Schulbuchekurs: Säulendiagramm



Matheprofis 4

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. I  

Schulbuchekurs: Ordnen, Klassifizieren



Matheprofis 1

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS  



(Zwischen-)Sammeln:
Wie viele?
Warum?
(Kumulieren/„große Zahlen“)

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln

Eichler & Vogel (2009)



In welcher Höhe werden die Farben in den Gläsern stehen, wenn alle M&M der Klasse eingefüllt werden?

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS  

(Zwischen-)Sammeln:

In welcher Höhe werden die Farben in den Gläsern stehen, wenn alle M&M der Klasse eingefüllt werden?

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



Eichler & Vogel (2009)
Eichler & Vogel (2011)
Siegler (1995)
Seel (2003)

Wie und womit argumentieren Schülerinnen und Schüler in einfachen stochastischen Situationen?

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS  




In der Grundschule:

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



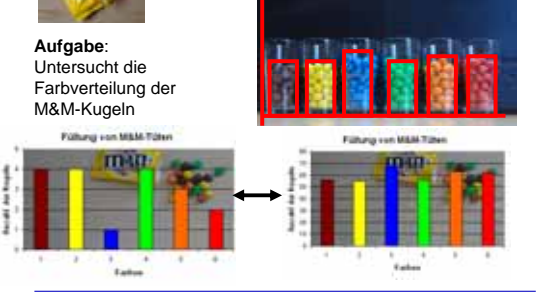
Eichler & Vogel (2009)


Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 




Reale Phänomene  GS  

Beschreiben II:
grafisch (qualitativ)

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



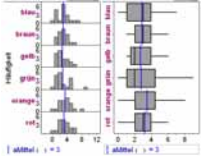
Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. I  

Beschreiben:
... mit statistischen Modellen


Von einzelnen Daten zu Messwerten aller Daten.
(Median/arithmetisches Mittel)

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



Eichler & Vogel (2009)

Modellbildung:
In einer Packung sind durchschnittlich 18 Schokolinsen und im Durchschnitt je 3 Linsen einer Farbe.

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS  

Beurteilen (Prognose):




Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



Eichler & Vogel (2009)
Eichler & Vogel (2011)

Nun öffnet man eine Tüte ...

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 


Reale Phänomene  Sek. I  

Schulbuchexkurs: Entwicklung mathematischer Begriffe anhand realer Phänomene

1. Ein Wert für alle Daten einer Gruppe

2. Ein Wert für alle Daten einer Gruppe

3. Ein Wert für alle Daten einer Gruppe

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. II 

Beschreiben:
... von statistischen Modellen
Arbeiten mit Standardmodellen

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



Hieb- und Stichaufgaben (im Kontext):
Wenn das Modell stimmt, wie groß wäre dann die Wahrscheinlichkeit, in einer Packung

- genau 3 rote Kugeln zu erhalten
- mindestens eine rote Kugel zu erhalten

• Baum, $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$



Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  **Gliederung**

Reale Phänomene

-  sammeln
beschreiben
beurteilen
-  **sammeln**
beschreiben
beurteilen
-  sammeln
beschreiben
beurteilen
- Resumee, Ausblick

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. II 

Beurteilen:
... von statistischen Modellen
(quantitativ) mit Simulation und formal

Wenn das Modell stimmt
Wann sollte man an dem Modell zweifeln?

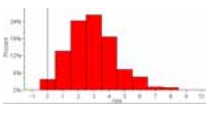
$h(1 \leq R \leq 6) \approx 0,05$
(Annahmebereich)


$P(1 \leq R \leq 6) \leq 0,06$


Bei einer Anzahl von 0 oder mehr als 6 Kugeln, kann man das Modell verwerfen (Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,06$)

Nun öffnet man eine weitere Tüte ...

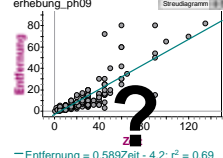
Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln



Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  **Nur Sek. II?:**

Aufgabe:
Untersucht Abhängigkeiten in Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern (Studierenden)






erhebung_ph09
Streuagramm

— Entfernung = 0,589Zeit - 4,2; $r^2 = 0,69$

$$f(x) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{s_x^2} \cdot x + \bar{y} - \frac{\text{Cov}(X, Y)}{s_x^2} \cdot \bar{x}$$

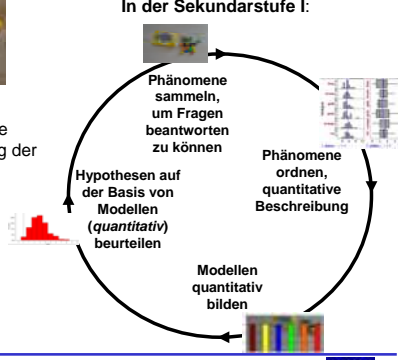
... so vielleicht nicht mal in der Sek. II

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. I 

Aufgabe:
Untersucht die Farbverteilung der M&M-Kugeln

In der Sekundarstufe I:




Phänomene sammeln, um Fragen beantworten zu können

Phänomene ordnen, quantitative Beschreibung

Modellen quantitativ bilden

Hypothesen auf der Basis von Modellen (quantitativ) beurteilen

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  **GS? ↓** 

Abhängigkeiten in der Grundschule?



Die Welt ist ein riesiges Tieres- und Pflanzenreich. Die Anzahl der Tiere ist in jeder Hinsicht...



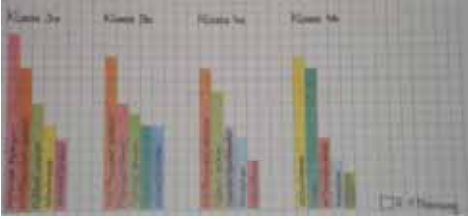
Schülerin, Klasse 3

Modell qualitativ vollständig beschrieben


Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 



Reale Phänomene  GS? 


Abhängigkeiten in der Grundschule?



Matheprofis 4

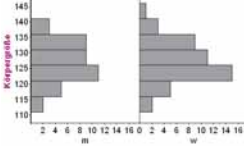
Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS 






Beschreiben:
... von Abhängigkeiten, grafisch und verbal
z.B. sind Mädchen oder Jungs größer

Aufgabe:
Untersucht Abhängigkeiten in Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern (Studierenden)




Auslesen der Grafik
Qualitativer Vergleich

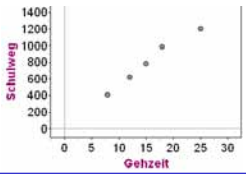
Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS? 


Abhängigkeiten in der Grundschule?






Person	Schulweg	Gehzeit ungefährt
Pauline	820 m	12 min
Oliver	410 m	8 min
Anna	1 km 200 m	
Paul	980 m	
Willy	780 m	



Matheprofis 3

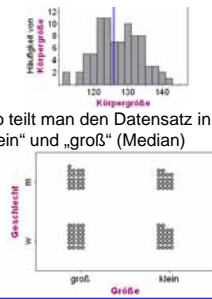
Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS 




Beschreiben:
sind Mädchen oder Jungs größer?

Aufgabe:
Untersucht Abhängigkeiten in Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern (Studierenden)



Wo teilt man den Datensatz in „klein“ und „groß“ (Median)

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS 





Sammeln:
Was?
Wen?
Wann?
Wie viele?


Aufgabe:
Untersucht Abhängigkeiten in Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern (Studierenden)

örtliche, zeitliche und sächliche Festlegung der Stichprobe

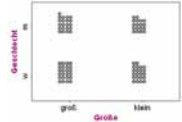
Definition eines Merkmals

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  GS 




Beschreiben:





Aufgabe:
Untersucht Abhängigkeiten in Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern (Studierenden)

Geschlecht Sportverein
Klasse Präferenz Mathematik
Geschlecht TV/Computer/...
Geschwister Haustier

Absolut oder relativ?

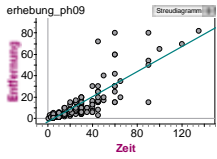
Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. I, Sek. II 


Aufgabe:
Untersucht Abhängigkeiten in Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern (Studierenden)



Beschreiben

erhebung_ph09



- lineare Abhängigkeit im Modell, im Sachkontext, in der Empirie
- Interpretation von Residuen
- Idee vor Algorithmus (Komplexität der Methoden)

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. I, Sek. II 


Sammeln:
Vergleich oder Einzelfrosch?

Beschreiben:
(Bastelanleitung: siehe Homepage)
Eichler & Vogel (2009)

Beurteilen:
(naive) Prognosen

Wer springt?
Wie oft?
Wie wird gemessen?

quantitativ, Messwerte
Hypothese + Test (Simulation, formal)

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  Sek. I, Sek. II 

Aufgabe:
Untersucht Abhängigkeiten in Eigenschaften von Schülerinnen und Schülern (Studierenden)

Beschreiben:

PH-Uni		Raucher		Zellen- zusammenfassung
	j	n		
Single	j	188	469	657
	n	199	576	775
Spaltensummenfassung		387	1045	1432

Wohnung		Hochschulen		Zellen- zusammenfassung
	E	Fr	Mz	
Wohnung	E	81	170	251
	NE	315	912	1227
Spaltensummenfassung		396	1082	1478

Sind die Unterschiede zufällig oder systematisch?

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  **Gliederung**

Reale Phänomene

-  sammeln
beschreiben
beurteilen
-  sammeln
beschreiben
beurteilen
-  sammeln
beschreiben
beurteilen

4. Resümee, Ausblick

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  **Gliederung**

Reale Phänomene

-  sammeln
beschreiben
beurteilen
-  sammeln
beschreiben
beurteilen
-  **sammeln**
beschreiben
beurteilen

4. Resümee, Ausblick

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

Reale Phänomene  **4. Rückblick**

Reale Phänomene

	sammeln	Beobachtung
	beschreiben	
	beurteilen	
	sammeln	Befragung
	beschreiben	
	beurteilen	
	sammeln	Experiment
	beschreiben	
	beurteilen	

Eichler & Vogel (2009)

Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 

www.leitideedatenundzufall.de

Leitidee Daten und Zufall

Mit dem Bildungsplanerteil, welche die Kultusministerkonferenz im Jahr 2002 beschlossen hat, wurde die Leitidee Daten und Zufall verbindlicher Inhalt des Mathematikunterrichts für alle Bundesländer. Die Leitidee führt zur Informationskompetenz und fördert die mathematische Bildung der Schülerinnen und Schüler. Die Leitidee Daten und Zufall ist ein zentraler Bestandteil der Mathematikunterrichtsreform und wird wie Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zu den zentralen Themen und Zufall mehrmals wiederholt.

Danke für die Aufmerksamkeit

Leitidee Daten und Zufall



Andreas Eichler, **IMBF**, Freiburg, 05.10.2011 