

# Übung zu Modul: Innermathematische Beziehungen

## Zahlentheorie

Fabian Grünig  
gruenig@ph-heidelberg.de

Sommersemester 2017  
Mittwoch, 12:00 Uhr, A233

---

### AUFGABE 6 (*Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung*)

Bestimme (ohne vollständiges Ausrechnen), ob die folgenden Zahlen gleich oder verschieden sind.

- (i)  $3^2 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 13$  und  $5 \cdot 11 \cdot 7^2 \cdot 13$
- (ii)  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 17^7$  und  $6^2 \cdot 17^7 \cdot 2$
- (iii)  $6^2 \cdot 8^2 \cdot 12^2$  und  $6^4 \cdot 8^3 \cdot 4$

### AUFGABE 7 (*Primfaktorzerlegung und Teilbarkeit*)

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch?

- (i)  $2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^5 \cdot 17$  teilt  $2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^6 \cdot 17^2$
- (ii)  $13^2 \cdot 17^2 \cdot 19$  teilt  $13^2 \cdot 17^2 \cdot 29$
- (iii)  $5^2 \cdot 7^3$  ist die größte Zahl, die sowohl  $5^2 \cdot 7^7$  als auch  $2 \cdot 5^9 \cdot 7^2$  teilt.
- (iv)  $7^3 \cdot 11^6 \cdot 17$  ist die kleinste Zahl, die sowohl von  $7^3 \cdot 17$  als auch von  $7 \cdot 11^6$  geteilt wird.

### AUFGABE 8 (*Erste Diophantische Gleichungen*)

Verwende u. a. Argumente über die Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung, um die Lösbarkeit der folgenden Gleichungen zu diskutieren.

- (i) Bestimme alle Lösungen in den natürlichen Zahlen von  $3x = 4$ .
- (ii) Bestimme alle Lösungen in den natürlichen Zahlen von  $5^n = a^2 - 1$ .
- (iii) Bestimme alle Lösungen in den natürlichen Zahlen von  $a^3 - 1 = 170$