

Übung zu Modul: Innermathematische Beziehungen

Zahlentheorie

Fabian Grünig
gruenig@ph-heidelberg.de

Sommersemester 2017
Mittwoch, 12:00 Uhr, A233

AUFGABE 9 (*Division mit Rest in den ganzen Zahlen*)

Führe die schriftliche Division mit Rest für die folgenden ganzen Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ durch – finde also Zahlen $q, r \in \mathbb{N}$ mit $a = q \cdot b + r$ und $0 \leq r < |b|$

- (i) $a = 24$ und $b = 18$
- (ii) $a = 850$ und $b = 510$
- (iii) $a = 17$ und $b = -4$

AUFGABE 10 (*Division mit Rest als Polynomdivision*)

Führe die schriftliche Division mit Rest für die folgenden (normierten) Polynome $f(X), g(X) \in \mathbb{Q}[X]$ durch – finde also (normierte) Polynome $q(X), r(X) \in \mathbb{Q}[X]$ mit

$$f(X) = q(X) \cdot g(X) + r(X) \quad \text{und} \quad 0 \leq \text{grad}(r) < \text{grad}(g)$$

- (i) $f = X^2 - 1$ und $g = X + 1$
- (ii) $f = X^3 - X^2 + 1$ und $g = X^2 + 2$
- (iii) $f = X^3 - 3X^2 - X + 3$ und $g = X - 3$. Ist 3 eine Nullstelle von f ?

Hinweis: Das Verfahren der Division mit Rest von ganzen Zahlen und Polynomen verläuft analog. Für die Eindeutigkeitsbedingung an den Rest wird für ganze Zahlen der Absolutbetrag verwendet, für Polynome der Grad.

AUFGABE 11 (*Bestimmung von ggT, Euklidischer Algorithmus*)

Bestimme jeweils den größten gemeinsamen Teiler von a und b .

- (i) $a = 24$ und $b = 18$
- (ii) $a = 22$ und $b = 35$
- (iii) $a = 208$ und $b = 156$

AUFGABE 12 (*Bestimmung von ggT, Primfaktorzerlegung*)

Bestimme jeweils den größten gemeinsamen Teiler von a und b .

- (i) $a = 5^2 \cdot 7^7$ und $b = 2 \cdot 5^9 \cdot 7^2$
- (ii) $a = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^5$ und $b = 2 \cdot 3^2 \cdot 5^4$
- (iii) $a = 8 \cdot 15^2 \cdot 19$ und $b = 4 \cdot 12 \cdot 80$